はじめに

こんにちは。数学担当の大辻です。

この授業では中学数学の難問に挑戦していきます。

・　数学が得意

・　学校の授業では物足りない

・　もっと難しい問題に挑戦したい

・　難関校が第一志望

といった人にフィットした授業となっています。「まだまだ数学は得意ではないけど，これからレベルアップしていきたい」という人も是非，挑戦してください。

みなさんは何かに悩んでいるとき，問題を抱えているとき，モヤモヤしているときにある種の「ひらめき」で悩みが解消したり，問題が解決した経験はありませんか。問題が解決したとき，人はとても「スッキリした感覚」に包まれます。その「スッキリ感」は問題が大きければ大きいほど喜ばしいものです。

数学の「解けた！」という喜びも同じです。難しい問題に挑戦したときこそ，解けた喜びは大きく，強く印象に残ります。そして，その蓄積が次の問題を解くエネルギーとなっていくのです。「問題が難しいな」と感じたときこそがチャンスです。その問題を理解したとき，解けたときに数学の力がぐんと伸びるでしょう。

私は普段，隠岐という離島に住んでいます。みなさんと直接お会いする機会はなかなかありませんが，こうしてインターネットを通して授業をすることができることを非常に光栄に思います。授業でお会いできるのを楽しみにしています。

大辻 雄介

目　次

第１章　式の計算

第１講　式の計算①	文字式をつかった説明	4
第２講　式の計算②	乗除・指数の計算	10

第２章　連立方程式

第３講　連立方程式①	代入法・加減法	16
第４講　連立方程式②	解き方・整数の問題	22
第５講　連立方程式③	速さに関する文章題	28
第６講　連立方程式④	割合・食塩水に関する文章題	34
第７講　連立方程式⑤	整数に関する問題	40
第８講　連立方程式⑥	いろいろな連立方程式	46

第３章　一次関数

第９講　一次関数①	グラフと変域	52
第10講　一次関数②	グラフの交点	58
第11講　一次関数③	グラフと図形の問題	64
第12講　一次関数④	動点の問題	70
第13講　一次関数⑤	いろいろな一次関数の問題	76

第４章　平面図形

第14講　平行線と角①	平行線と三角形	82
第15講　平行線と角②	多角形の角	88
第16講　図形と合同①	三角形の合同の証明	94
第17講　図形と合同②	合同を利用した証明問題	100
第18講　三角形①	二等辺三角形の性質	106
第19講　三角形②	二等辺三角形の証明問題	112
第20講　三角形③	直角三角形の証明問題	118
第21講　四角形①	平行四辺形	124
第22講　四角形②	特別な平行四辺形	130
第23講　平面図形総合①	平行線と面積・底辺比と面積	136
第24講　平面図形総合②	図形のいろいろな問題	142

第５章　確率

第25講　確率①	場合の数	148
第26講　確率②	カードの問題	154
第27講　確率③	硬貨の問題	160
第28講　確率④	色玉の問題	166
第29講　確率⑤	さいころの問題	172
第30講　確率⑥	いろいろな確率の問題	178

第１章　式の計算

第１講・式の計算①
文字式をつかった説明

要点整理

1　単項式と多項式

(1)　数と文字についての乗法だけでつくられている式を**単項式**（たんこうしき）という。ただし，x や 2 のような１つの文字，１つの数も単項式と考える。

(2)　2 つ以上の単項式の和の形で表される式を**多項式**（たこうしき）という。

2　同類項

文字の部分がまったく同じである項を**同類項**（どうるいこう）という。同類項は，計算して１つの項にまとめることができる。

3　文字式をつかった整数の表現（n，x，y はいずれも整数）

(1)　偶数は　$2n$

奇数は　$2n+1$　と表す。

(2)　3 の倍数は　$3n$

3 で割ると 1 余る数は　$3n+1$　と表す。

(3)　10 の位が x，1 の位が y である 2 けたの整数は

$10x+y$

と表す。

4　連続する整数の表現

(1)　連続する 2 つの整数は　n，$n+1$　と表す。

(2)　連続する 2 つの偶数は　$2n$，$2n+2$

連続する 2 つの奇数は　$2n+1$，$2n+3$　と表す。

5　説明問題

「9 の倍数であることを説明しなさい。」という問題は，文字式を計算し，最終的に「9× 整数」となることを説明する。

例題 1　次の計算をしなさい。

(1)　$3(3a-b)-4(a+2b)$

(2)　$2(5x+2y-1)-(11x-4y+1)$

(3)　$(4a-6b)\div\frac{2}{3}$

(4)　$\frac{3x-2y}{4}-\frac{x-5y}{6}$

例題 2　次の問いに答えなさい。

(1)　2つの連続した奇数の和は，4の倍数になることを説明しなさい。

(2)　3けたの整数で，百の位の数字と一の位の数字とを入れかえてできる整数と，もとの整数との差は，9の倍数になることを説明しなさい。

問題

1－1　次の計算をしなさい。

(1)　$(9x+4y)-3(2x+y)$

(2)　$2(2x-3y)-3(3x-2y)$

(3)　$(20a-15b)\div 5$

(4)　$\dfrac{3a-b}{4}-\dfrac{2a-b}{3}$

1－2　右の表を参考にして，次の各問いに答えなさい。

3けたの自然数264，495，781は，[ア]の倍数である。『一般的に，百の位，十の位，一の位の数がそれぞれa，b，cである3けたの自然数は，a，b，cの間に関係式[イ]があるとき，[ア]の倍数になる。ただし，$a<b$，$c<b$とする。』

	百の位	十の位	一の位
264	2	6	4
495	4	9	5
781	7	8	1
abc	a	b	c

(1)　[ア]，[イ]にあてはまる数や式を答えよ。([ア]は2以上の自然数で答えよ。)

(2)　『　　』内のことを証明せよ。

< *Note* >

第１講・確認テスト

［1］　次の計算をしなさい。

（1）　$(2x-y)+(5x-8y+3)=$ ア $x-$ イ $y+$ ウ

（2）　$(9a^2-2a+4)-(6a^2-5a-2)=$ エ a^2+ オ $a+$ カ

（3）　$(24x+12y-8)\div(-4)=-$ キ $x-$ ク $y+$ ケ

（4）　$3(3x-2y+4)-2(2x-5)=$ コ $x-$ サ $y+$ シス

（5）　$0.8(5x-15y)-0.7(10x-20y)=-$ セ $x+$ ソ y

（6）　$\frac{1}{6}(x-3y)-\frac{3x-y}{4}=\frac{-\boxed{タ}x-\boxed{チ}y}{\boxed{ツテ}}$

（7）　$\frac{2x+3y}{8}+\frac{5x-11y}{6}=\frac{\boxed{トナ}x-\boxed{ニヌ}y}{\boxed{ネノ}}$

（8）　$\frac{2x+7y-1}{3}-\frac{3x+3y-3}{2}=\frac{-\boxed{ハ}x+\boxed{ヒ}y+\boxed{フ}}{\boxed{ヘ}}$

［2］　3 で割ると 1 余る整数と，3 で割ると 2 余る整数の和は，3 で割り切れる。このわけを，下のように説明するとき，空欄にあてはまる数を答えなさい。

【説明】

m，n を整数とすると，3 で割ると 1 余る整数は ホ $m+$ マ ，3 で割ると 2 余る整数は ミ $n+$ ム と表せる。

その和は，(ホ $m+$ マ)+(ミ $n+$ ム)

= ホ $m+$ ミ $n+$ メ

= モ $(m+n+$ ヤ $)$

$m+n+$ ヤ は整数だから， モ $(m+n+$ ヤ $)$ は ユ の倍数。

したがって，3 で割ると 1 余る整数と，3 で割ると 2 余る整数の和は，3 で割り切れる。

< *Note* >

第2講・式の計算②　乗除・指数の計算

要点整理

1　次数

(1)　単項式では，かけ合わされている文字の個数を，その式の**次数**（じすう）という。

(2)　多項式では，各項の次数のうちで最も大きいものを，その式の**次数**といい，次数 n の式を $\boldsymbol{n}$ **次式**という。

2　指数法則

(1)　$a^m \times a^n = a^{(m+n)}$

(2)　$(a^m)^n = a^{mn}$

例題 1　次の計算をしなさい。

(1)　$12ab^2 \div (-3ab) \times 4b$

(2)　$\frac{1}{2}x^2y \times (-2y)^2 \div \left(-\frac{2}{5}x^2y^2\right)$

(3)　$(-2xy)^3 \times \left(\frac{1}{3}xy^2\right)^3$

(4)　$\left(\frac{1}{2}x^2y\right)^3 \div \left(-\frac{3}{2}x^3y^2\right)^2 \times (3xy)^2$

例題 2　次の等式を〔　〕内の文字について解きなさい。

(1)　$2x+3y=12$　〔y〕

(2)　$c=\frac{a+2b}{3}$　〔b〕

(3)　$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{c}$　〔b〕($a \neq c$)

問題

2−1　次の問いに答えなさい。

(1)　A＝$2x-4y-1$，B＝$x+3y-3$ のとき，$-2(\mathrm{A}-\mathrm{B})+5\mathrm{A}-\mathrm{B}$ を計算せよ。

(2)　$a=-3$，$b=2$ のとき，$\dfrac{3b}{a}\times(-a^2b)^2\div 3ab^2$ の値を求めよ。

2−2　次の等式を〔　〕内の文字について解きなさい。

(1)　$4a-2b=10$　〔b〕

(2)　$\dfrac{n(a+\ell)}{2}=S$　〔ℓ〕（ただし，$n\neq 0$）

(3)　$a=\dfrac{b+c}{b+1}$　〔b〕（$a\neq 1$）

＜ *Note* ＞

第２講・確認テスト

[1]　次の計算をしなさい。

(1)　$(-b^2)^3\times\left(-\frac{1}{4}b\right)=\frac{b^{\boxed{ア}}}{\boxed{イ}}$

(2)　$\left(\frac{1}{2}ab\right)^2\div\left(-\frac{5}{6}a^2b\right)=-\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エオ}}b$

(3)　$12a^2b\div\left(-\frac{5}{2}ab^2\right)\times(-10a^2b^2)=\boxed{カキ}\,a^{\boxed{ク}}b$

(4)　$8a^3b^2\div\left(-\frac{1}{3}a\right)^2\div(-6b)^2=\boxed{ケ}\,a$

(5)　$\frac{(ab)^2}{3}\div\left(-\frac{2ab^2}{3}\right)^2\times ab^4=\frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}ab^{\boxed{シ}}$

[2]　次の等式を【　】の中の文字について解きなさい。

(1)　$3x-4y=10$　【y】

$y=\frac{\boxed{ス}x-\boxed{セソ}}{\boxed{タ}}$

(2)　$3x+1.5y=1$　【y】

$y=-\boxed{チ}x+\frac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}$

(3)　$c=\frac{2a+3b}{4}$　【a】

$a=-\frac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}}b+\boxed{ニ}\,c$

(4)　$S=\frac{3(a+b)}{2}$　【a】

$a=\frac{\boxed{ヌ}S}{\boxed{ネ}}-b$

(5)　$\frac{2}{x}-\frac{3}{y}=6(x\neq0,\ y\neq0)$　【x】

$x=\frac{\boxed{ノ}y}{\boxed{ハ}y+\boxed{ヒ}}$

(6)　$\frac{3}{a}+\frac{2}{b}-\frac{1}{x}=0(a\neq0,\ b\neq0,\ x\neq0)$　【x】

$x=\frac{ab}{\boxed{フ}a+\boxed{ヘ}b}$

< *Note* >

第２章　連立方程式

第３講・連立方程式①　代入法・加減法

要点整理

1　連立方程式とその解

(1)　２つの文字をふくみ，それらの文字について１次である方程式を，**二元一次方程式**という。

(2)　２つ以上の方程式を組にしたものを**連立方程式**という。

(3)　連立方程式のどの方程式をも成り立たせるような文字の値の組を，連立方程式の**解**といい，解を求めることを，連立方程式を**解く**という。

2　連立方程式の解き方

２つの方程式から１つの文字を**消去**して，残り１つの文字だけの方程式をつくり，それを解く。

(1)　２式のうち，一方の方程式を１つの文字について解き，それを他方の方程式に代入することで，１つの文字を消去して解く方法を**代入法**という。

(2)　一方の文字の係数の絶対値をそろえ，２式の左辺どうし，右辺どうしを加えたり，ひいたりして，その文字を消去して解く方法を**加減法**という。

●代入法による１文字消去

$$\begin{cases} y = x-3 \cdots\cdots ① \\ 2x-3y = 4 \cdots\cdots ② \end{cases}$$

①を使って，②の y を $x-3$ におきかえることで，②の y を消去できる。

$2x-3(x-3) = 4$

●加減法による１文字消去

$$\begin{cases} 5x+y = 11 \cdots\cdots ① \\ 2x+y = 5 \cdots\cdots ② \end{cases}$$

①，②の左辺どうし，右辺どうしをひくことで，y を消去できる。

$(5x+y)-(2x+y) = 11-5$

より

$3x = 6$

例題 1　次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} y = 2x+5 & \cdots\cdots ① \\ 3x-2y = -8 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 5x+2y = 4 & \cdots\cdots ① \\ 2x-3y = 13 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

例題 2　次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 0.2x+0.2y = x-2 & \cdots\cdots ① \\ x-\dfrac{x-y}{2} = \dfrac{5}{2} & \cdots\cdots ② \end{cases}$

(2) $\begin{cases} \dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{2}y+\dfrac{2}{3} = 0 & \cdots\cdots ① \\ \dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{5}y+\dfrac{7}{10} = 0 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

問題

3−1　次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 3x-2y+2=0 \\ y=-3x+\dfrac{5}{2} \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 2x+3y=3 \\ 4x-y=-8 \end{cases}$

3−2　次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 2x+3y=-14 \\ -4(x+y)+x=16 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 0.6x+1.1y=7 \\ \dfrac{2}{7}x-\dfrac{1}{7}y=2 \end{cases}$

＜ *Note* ＞

第３講・確認テスト

［1］　次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 2x-3y=18 \\ 5x+2y=7 \end{cases}$

$x=$ ア ，$y=-$ イ

(2) $\begin{cases} 3x+4y=11 \\ -2x-3y=-9 \end{cases}$

$x=-$ ウ ，$y=$ エ

(3) $\begin{cases} 0.3x+0.2y=1.8 \\ -0.5x+0.4y=-0.8 \end{cases}$

$x=$ オ ，$y=$ カ

(4) $\begin{cases} \frac{1}{3}x-\frac{1}{4}y=\frac{3}{2} \\ \frac{1}{2}x+\frac{5}{4}y=-1 \end{cases}$

$x=$ キ ，$y=-$ ク

［2］　次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 6x-2(x-2y)=4 \\ 3(2x-y)+5y=14 \end{cases}$

$x=$ ケ ，$y=-$ コ

(2) $\begin{cases} \frac{3x+1}{2}-\frac{y-4}{3}=\frac{9}{2} \\ \frac{x+1}{6}-\frac{y-3}{4}=1 \end{cases}$

$x=$ サ ，$y=$ シ

(3) $\begin{cases} 2x+\frac{4y+3}{3}=2 \\ \frac{-2x+1}{12}=\frac{y-1}{3} \end{cases}$

$x=-\frac{\text{ス}}{\text{セ}}$ ，$y=\frac{\text{ソ}}{\text{タ}}$

(4) $\begin{cases} \frac{4x+3y}{5}-\frac{3x+2y-5}{4}=1 \\ 0.4x-0.8(y-1)=0.4 \end{cases}$

$x=-$ チ ，$y=-$ ツ

< *Note* >

第4講・連立方程式②　解き方・整数の問題

要点整理

1　様々な連立方程式の解き方

(1)　比の連立方程式の解き方

$x : y = 3 : 2$ など比のかたちで表されている式は，$3y = 2x$ となおす。

$a : b = c : d \quad \Rightarrow \quad ad = bc$

(2)　$A = B = C$ 型の連立方程式の解き方

$A = B$ と $B = C$ という2つの式にわけて考える。

2　連立方程式の解

連立方程式の解は，もとの式に代入しても成立する。

3　位の数の問題

十の位が x で一の位が y である2けたの整数は

$10x + y$

と表される。

例題 1　次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} (x+2):(y-1)=4:5 \\ 3x+2y=18 \end{cases}$

(2)　$x+2y=3x-4=5y-6$

例題 2

$\begin{cases} 2ax+by=8 \\ -3by+ax=-10 \end{cases}$ の解が，$x=2$，$y=1$ のとき，a，b の値を求めよ。

例題 3

2けたの自然数がある。この数の十の位の数字と一の位の数字の和は13で，それぞれの位の数字を入れかえてできる数は，もとの数より27だけ小さくなる。このとき，もとの自然数を求めなさい。

問題

4−1　x, y についての次の2組の連立方程式が同じ解をもつとき，a, b の値を求めよ。

$$\begin{cases} x+y+1=0 & \cdots\cdots① \\ ax+by+1=0 & \cdots\cdots② \end{cases} \qquad \begin{cases} 2ax-by+11=0 & \cdots\cdots③ \\ 3x+y=3 & \cdots\cdots④ \end{cases}$$

4−2

2けたの自然数がある。この自然数は，十の位の数と一の位の数の和の8倍に等しい。また，十の位の数と一の位の数を入れかえてできた2けたの数は，もとの自然数より45小さい。もとの自然数を求めなさい。

＜ *Note* ＞

第４講・確認テスト

［1］　次の連立方程式を解きなさい。

（1）　$\begin{cases} x : y = 3 : 4 \\ (x+2) : (y+6) = 4 : 7 \end{cases}$

$x =$ ［ア］，$y =$ ［イ］

（2）　$\begin{cases} x : y = 3 : 2 \\ (x+1) : y = 3 : 1 \end{cases}$

$x =$ ［ウ］，$y = \dfrac{［エ］}{［オ］}$

（3）　$x + 4y - 2 = 3x + 2y = 27$

$x =$ ［カ］，$y =$ ［キ］

（4）　$\dfrac{x+2y+1}{2} = \dfrac{x+y}{3} = \dfrac{x+y+2}{5}$

$x =$ ［ク］，$y = -$ ［ケ］

［2］　連立方程式$\begin{cases} ax + by = 6 \\ bx + ay = -1 \end{cases}$の解が，$x=3$，$y=2$ のとき，$a =$ ［コ］，$b = -$ ［サ］である。

［3］　2 けたの自然数がある。この自然数の十の位の数の 3 倍と一の位の数の 4 倍の和は 26 で，十の位の数と一の位の数を入れかえると，もとの数の 2 倍より 2 大きくなる。このとき，もとの自然数は ［シス］ である。

< *Note* >

第５講・連立方程式③ 速さに関する文章題

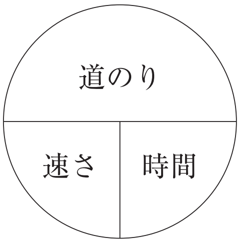
要点整理

１　速さの三公式

速さ×時間＝道のり

道のり÷速さ＝時間

道のり÷時間＝速さ



※単位をそろえて計算することに注意

２　連立方程式の式のつくり方

ひとつは「道のり」に関する式，もうひとつは「時間」に関する式をつくることが多い。

例題 1

　A さんは自宅から 12km 離れた図書館に行くため，自転車で午前 9 時に自宅を出発し，時速 20km で進んだ。途中，A さんは B さんに出会い，その場で，自転車をおりて 12 分間話をした後，そこから B さんといっしょに時速 4km で歩き，午前 10 時に図書館に着いた。A さんが自転車で進んだ道のりを $x$km，A さんが歩いた道のりを $y$km として，連立方程式をつくり，それを解いてそれぞれの道のりを求めなさい。

例題 2

　1 周 23km の道路がある。この道路上の 1 点から A は毎時 6km の速さで右回りに歩き始め，30 分後に同じ地点から B は毎時 4km の速さで左回りに歩き始めた。A と B が初めて出会うまでに，A，B はそれぞれ何 km 歩くか，求めなさい。

問題

5－1

A 君は自宅から 14km 離れた B 君の家へ歩いて行くことにした。そのことを B 君に電話で連絡し，午前 9 時に出発した。A 君の歩く速さは毎時 5km である。B 君は午前 9 時を過ぎて自宅から自動車で A 君を迎えに行った。自動車の速さは毎時 50km で，A 君に会うとすぐひき返し，午前 10 時に B 君の家に着いた。A 君の歩いた距離と自動車に乗っていた距離をそれぞれ求めなさい。

5－2

A は P 地から自転車で毎時 18km で Q 地に向かい，B は A が出発してから 20 分後に P 地から自動車で毎時 36km で Q 地に向かって出発した。同時に Q 地に到着する予定だったが，A は途中毎時 12km に減速したため，B より 5 分遅れて Q 地に到着した。減速したのは P 地から何 km の地点か，求めなさい。

< *Note* >

第５講・確認テスト

［1］　A 地点から B 地点を経て C 地点まで自動車で行くのに，AB 間を毎時 40 km，BC 間を毎時 30 km の速さで行くと全部で 1 時間 30 分かかる。もし，AB 間を毎時 30 km，BC 間を毎時 60 km の速さで行くとすれば，全部で 1 時間 10 分で行けるという。

このとき，AB 間は［アイ］km，BC 間は［ウエ］km である。

［2］　A 地から B 地を経て C 地まで行くのに，AB 間を自転車で，BC 間を自動車で行くと全部で 57 分かかり，AB 間を自動車で，BC 間を自転車で行くと全部で 48 分かかる。自転車の速さは毎時 16 km，自動車の速さは毎時 40 km とする。

このとき，AC 間の道のりは［オカ］km である。

［3］　池の周りに 1 周 6 km の道がある。この道を，A は自転車で，B は歩いてまわることにした。同じ地点から同じ方向へ同時に出発すると 40 分後に A が B に追いついた。追いついた地点から，今度はたがいに反対方向へ同時に出発したところ，2 人が出会ったのは，はじめに出発してから 1 時間 4 分後であった。

このとき，A の速さは毎分［キクケ］m，B の速さは毎分［コサ］m である。

< *Note* >

第6講・連立方程式④ 割合・食塩水に関する文章題

要点整理

1　人数の変動に関する問題

(1)　x 人が5% 減った　→　$x\times(1-0.05)=0.95x$

(2)　y 人が10% 増えた　→　$y\times(1+0.1)=1.1y$

変動する前の人数を x や y とおく

2　食塩水に関する問題

(1)　2種類の食塩水を混ぜる問題は，含まれる食塩の量で式をつくる。

(2)　食塩水の一部をうつす問題

うつす食塩水の量：食塩水全体の量

＝うつす食塩水に含まれる食塩の量：全体に含まれる食塩

例題 1

ある中学校の自転車通学の生徒数は，4 月には 400 人であったが，5 月は 4 月に比べて，男子は 15% 減り，女子は 5% 増えて，その結果，女子が男子よりも 2 人多くなった。5 月の自転車通学の男子，女子の生徒数をそれぞれ求めなさい。

例題 2

x% の食塩水 200g に，y% の食塩水 300g と水 100g を加えてよくかき混ぜたところ，5% の食塩水になった。また，y は x の 3 倍より 1 小さいという。x と y の値を求めなさい。

問題

6－1

ある学校の昨年の生徒数は男女合わせて 900 人であった。今年は男子が 10% 減り，女子が 15% 増えたので，生徒数は男女合わせて 920 人になった。今年の男子生徒の人数と女子生徒の人数を，それぞれ求めなさい。

6－2

容器 A には濃度 x% の食塩水が 800g，容器 B には濃度 y% の食塩水が 600g 入っている。まず，A から 200g を取り出し B に入れてよくかき混ぜ，次に，B から 200g を取り出し A に入れたら，容器 A の濃度は 4%，容器 B の濃度は 8.5% になった。このとき，x，y の連立方程式をつくり，その値を求めなさい。

< *Note* >

第6講・確認テスト

[1]　ある店では，A，B2種類の商品を販売している。Aは1個8万円，Bは1個5万円である。先月は，Aの売り上げ金額がBの売り上げ金額よりも10万円多かった。また，今月の売り上げ個数は，先月に比べてAが10％減り，Bが20％増えたので，全体では8％の増加になった。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　先月のAの売り上げ個数を x 個，Bの売り上げ個数を y 個として連立方程式をつくると，

$$\begin{cases} \boxed{\text{ア}}\,x=\boxed{\text{イ}}\,y+\boxed{\text{ウエ}} \\ -\dfrac{\boxed{\text{オカ}}}{100}x+\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{100}y=\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{100}(x+y) \end{cases}$$

(2)　今月のAの売り上げ個数は $\boxed{\text{コサ}}$ 個，Bの売り上げ個数は $\boxed{\text{シス}}$ 個である。

[2]　食塩水Aが250gあり，食塩水Bは150gある。AとBを混ぜ合わせると10.2％の食塩水ができる。また，Aから食塩水100gを取り出し，かわりに水100gを加えるとBの濃度と等しくなる。

このとき，Aの濃度は $\boxed{\text{セソ}}$ ％，Bの濃度は $\boxed{\text{タ}}\,.\,\boxed{\text{チ}}$ ％である。

[3]　A，B2種類の食塩水がある。A200g，B400gを混ぜ，水を100g蒸発させると26％の食塩水になる。また，A400gとB200gを混ぜ，水を400g加えると11％の食塩水になる。

このとき，Aの濃度は $\boxed{\text{ツテ}}$ ％，Bの濃度は $\boxed{\text{トナ}}$ ％である。

< *Note* >

第7講・連立方程式⑤ 整数に関する問題

要点整理

1　位の数の問題

十の位が x，一の位が y である数　→　$10x+y$

2　不定方程式

未知数を2つ含むが1つしか式がない場合は，未知数が「正の整数」「自然数」であるという条件をつかって解く。

例題 1

50円の切手と80円の切手をとり混ぜて，ちょうど1000円分買うとき，買い方は全部で何通りあるか，求めなさい。ただし，どちらの切手も少なくとも1枚は買うものとする。

例題 2　1から9までの9個の自然数から異なる3個の自然数を選び，小さいものから順にx，y，zとする。x，y，zを並べかえて左から百の位，十の位，一の位の数字としてできる6個の3けたの整数について，次の問いに答えなさい。

(1)　もっとも大きい3けたの整数をx，y，zを用いて表せ。

(2)　もっとも大きい3けたの整数から，もっとも小さい3けたの整数をひくと594であるという。xとして考えられるすべての自然数を求めよ。

問題

7−1

1個200円のなしと1個250円のりんごをとり混ぜて，ちょうど3000円分買いたい。なしは1個以上，りんごは5個以上買うとすれば，なしとりんごをそれぞれ何個ずつ買えばよいか，求めなさい。

7−2

一の位が0でない2けたの自然数がある。この自然数の十の位の数字と一の位の数字を入れかえてつくった数を，もとの自然数からひくと36になる。このような2けたの自然数の中で，最も小さい数を求めなさい。

< *Note* >

第7講・確認テスト

［1］　300円のケーキAと400円のケーキBをとり混ぜて買い，代金を3700円支払った。

(1)　どちらも少なくとも1個以上買うとする。ケーキの買い方を，Aの個数が少ない順に書き出すと，（A［ア］個，B［イ］個），（A［ウ］個，B［エ］個），（A［オカ］個，B［キ］個）である。

(2)　ケーキBの個数がケーキAの個数の2倍より1個多いとすると，買ったケーキの個数は全部で［クケ］個である。

［2］　4人乗りのボートxそうと，2人乗りのボートyそうに24人の子どもを乗せた。ただし，x，yは自然数で，どちらのボートも少なくとも1そうは用い，定員どおりに乗せるものとする。

(1)　xとyの値の組は全部で［コ］通りである。

(2)　最もボートを少なく使用する場合，そのボートの総数は［サ］そうである。

［3］　3けたの正の整数Nがある。Nの左端の数字を右端の数字の右に移し，3けたの正の整数Mをつくると，NはMより486だけ大きくなるという。このような正の整数Nのうち，最小のNは［シスセ］であり，最大のNは［ソタチ］である。

< *Note* >

第8講・連立方程式⑥ いろいろな連立方程式

例題 1

愛子さんのクラスは学校から 10km 離れたグラウンドに1台のバスで行くのに，A，Bの2班に分かれて同時に出発した。最初，A班は歩いてグラウンドに向かい，B班はバスで途中のP地点まで行き，そこから歩いてグラウンドに向かった。バスはP地点から直ちに引き返して，歩いていたA班をQ地点で乗せてグラウンドに向かい，B班より14分早く着いた。バスの速さは毎時 60km，歩く速さは毎時 4km とする。学校からP地点までの距離を $x$km，P地点からQ地点までの距離を $y$km とするとき，x，y の値を求めなさい。

例題 2

長さ 180m の列車が 2 つの鉄橋 A，B を渡る。鉄橋 B の長さは鉄橋 A の長さの 2 倍であり，列車がそれぞれの鉄橋を渡る時間について次のようなことがわかった。

(イ)　列車が一定の速さで鉄橋 A を渡り始めてから渡り終えるまでに 30 秒かかる。

(ロ)　列車が(イ)の 2 倍の速さで鉄橋 B を渡り始めてから渡り終えるまでに 24 秒かかる。

(イ)における列車の速さを毎秒 xm とし，鉄橋 A の長さを ym として次の問いに答えなさい。

(1)　(イ)からわかることとして，y を x の式で表せ。

(2)　(ロ)からわかることとして，y を x の式で表せ。

(3)　x，y の値を求めよ。

例題 3

映画の前売りチケットを 1 つの窓口を使って販売したところ，たくさんの人が集まり，x 人の行列ができたため，窓口の数を増やすことにした。窓口を 4 つにして販売すると，60 分で行列は解消し，窓口を 5 つにして販売すると，44 分で行列は解消する。ただし，お客さんは，1 分間に 5 人の割合で行列に加わるとし，各窓口では，1 分間に y 人の割合でチケットを販売しているとする。さらに，行列が解消するとは，お客さんが並ぶことなく，すぐにチケットを買うことができる状態になることとする。次の問いに答えなさい。

(1)　x と y についての連立方程式をつくれ。

(2)　x と y の値を求めよ。

問題

8−1

容積が1200ℓのタンクに，給水管が１本と，どれも同じ太さの排水管が３本ついている。給水管からタンクへは，常に一定の割合で水が入っている。いま，タンクには400ℓの水が入っており，排水管を１本だけ開くと20分でタンクが満水になり，排水管を２本だけ開くと，50分でタンクが満水になる。次の問いに答えなさい。

⑴　１本の給水管が１分あたり xℓの水を入れ，１本の排水管が１分あたり yℓの水を出すとするとき，x，y の値を求めよ。

⑵　排水管を３本とも開くと，何分でタンクが満水または空になるか。

＜ *Note* ＞

第８講・確認テスト

[1]　満水にすると 72 L の水が入る水そうがある。この水そうには一定の割合で水が入り続けていて，水があふれている状態である。この水そうの水を，一定の割合でくみ出すことができるポンプを何台か使って排水する。8 台のポンプを使うと水そうは 9 分で空になり，10 台のポンプを使うと水そうは 6 分で空になったという。このとき，1 台のポンプがくみ出す水の量を毎分 x L，水そうに入ってくる水の量を毎分 y L とする。

(1)　x，yについての連立方程式をつくると，

$$\begin{cases} 72+\boxed{\text{ア}}\,y=\boxed{\text{イ}}\,x\times 9 \\ 72+\boxed{\text{ウ}}\,y=\boxed{\text{エオ}}\,x\times 6 \end{cases}$$

であり，これを解くと $x=$ [カ]，$y=$ [キ] である。

(2)　ポンプを 12 台使うと，水そうは [ク] 分 [ケコ] 秒で空になる。

[2]　あるテーマパークの入り口前で大勢の客が開場を待っていた。入り口にはたくさんのゲートがあり，混雑を解消するために何か所か開いて客を入場させることにした。開場時刻の時点では a 人の客が待っており，その後も毎分 120 人の割合で客がやってくる。1 つのゲートを通過させる客の人数は，毎分一定であるものとする。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　開場時刻にゲートを何か所か開いたところ 60 分後には待っている客はいなくなった。このとき，ゲートを通過した（入場した）客の総数を a の式で表すと，([サシスセ] $+a$)人である。

(2)　開場時刻にゲートを 5 か所開くと 30 分後に，6 か所開くと 20 分後に待っている客はいなくなった。1 つのゲートを通過させる客の人数を毎分 b 人としたとき，

(i)　ゲートを 5 か所開いた場合の a，b の関係は，$a+$ [ソタチツ] $=$ [テトナ] b と表せる。

(ii)　a の値は [ニヌネノ]，b の値は [ハヒ] である。

(iii)　開場時刻にゲートを 8 か所開くと，[フヘ] 分で待っている客はいなくなる。

< *Note* >

第３章　一次関数

第９講・一次関数①　グラフと変域

要点整理

１　一次関数

(1)　ともなって変わる２つの変数 x, y があって，x の値を決めると，それにともなって y の値がただ１つに決まるとき，**y は x の関数**（かんすう）**であるという**。

(2)　y は x の関数で，y が x の一次式 $\boldsymbol{y=ax+b}$（a，b は定数，$a \neq 0$）と表されるとき，**y は x の一次関数である**という。なお，比例 $y=ax$ は，一次関数の特別な場合（$b=0$）である。

２　変化の割合

(1)　x の増加量に対する y の増加量の割合を，変化の割合という。

変化の割合＝$\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$

(2)　一次関数 $y=ax+b$ の変化の割合は一定で，x の係数 a に等しい。

３　一次関数のグラフ

(1)　一次関数 $y=ax+b$ のグラフは，$y=ax$ のグラフを y 軸にそって b だけ平行に移動した直線である。

(2)　グラフと y 軸との交点の y 座標のことを **y 軸上の切片**（せっぺん）といい，一次関数 $y=ax+b$ では，b が y 軸上の切片になる。

(3)　一次関数 $y=ax+b$ の a のことを，その一次関数のグラフの**傾き**（かたむき）という。

(4)　一次関数 $y=ax+b$ のグラフは，

①　$a>0$ のとき，右上がりの直線になる。

②　$a<0$ のとき，右下がりの直線になる。

●一次関数 $y=ax+b$ について

$y=$ $\boxed{ax}$ $+$ $\boxed{b}$

（x に比例する項）＋（定数項）

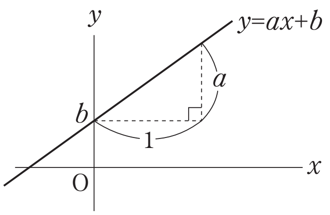
①　$a=$（変化の割合）

$=$（グラフの傾き）

この式は，x が１だけ増加したときの y の増加量が a であることを表している。

②　$b=$（y 軸上の切片）

●一次関数のグラフ（$a>0$ のとき）



●２直線が平行である条件

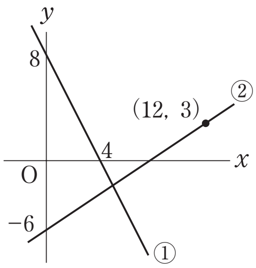
$y=ax+b$ と $y=mx+n$ が平行である条件は，

$a=m$

かつ，$b \neq n$

例題 1　次の問いに答えなさい。

(1)　右の一次関数のグラフ①，②の式を求めよ。



(2)　変化の割合が -3 で，$x=2$ のとき，$y=-1$ となる一次関数を求めよ。

(3)　y 軸上の切片が 2 で，点$(-3,\ -4)$を通る直線の式を求めよ。

(4)　$x=-3$ のとき $y=1$，$x=1$ のとき $y=13$ となる一次関数を求めよ。

例題 2　次の問いに答えなさい。

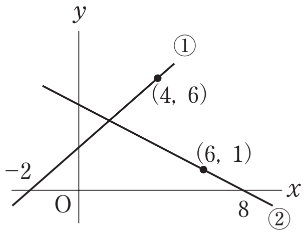
(1)　関数 $y=-x+2(p \leqq x \leqq q)$ において，y のとる値の範囲は $-2 \leqq y \leqq 3$ である。p，q の値を求めなさい。

(2)　一次関数 $y=ax+1$ で，x の変域が $0 \leqq x \leqq 10$ のとき，y の変域は $1 \leqq y \leqq 26$ である。$x=4$ のとき，y の値を求めよ。

問題

9−1　次の問いに答えなさい。

(1)　右の一次関数のグラフ①，②の式を求めよ。



(2)　x の値が 3 増えると y の値は 6 減り，$x=3$ のとき $y=2$ である一次関数を求めよ。

(3)　直線 $y=-x+5$ に平行で，点$(-2,\ 4)$を通る直線の式を求めよ。

9−2

$a<0$ のとき，一次関数 $y=ax+b$ において，x の変域が $1 \leqq x \leqq 3$ で，y の変域が $0 \leqq y \leqq 1$ となるように定数 a，b の値を定めよ。

＜ *Note* ＞

第９講・確認テスト

［1］　次の問いに答えなさい。

⑴　変化の割合が3で，$x=2$ のとき $y=5$ である一次関数を表す式は，
$y=$ **ア** $x-$ **イ** である。

⑵　x が3増加するとき y が6減少し，$x=2$ のとき $y=-1$ である一次関数を表す式は，
$y=-$ **ウ** $x+$ **エ** である。

⑶　傾きが $\frac{1}{2}$ で，点(6，8)を通る直線の式は，$y=\frac{1}{2}x+$ **オ** である。

⑷　直線 $y=2x-3$ に平行で，点(3，7)を通る直線の式は，$y=$ **カ** $x+$ **キ** である。

⑸　切片が3で，点(4，5)を通る直線の式は，$y=\dfrac{\text{ク}}{\text{ケ}}x+$ **コ** である。

⑹　直線 $y=4x-3$ と y 軸上で交わり，点$(-4,\ -9)$を通る直線の式は，
$y=\dfrac{\text{サ}}{\text{シ}}x-$ **ス** である。

［2］　次の問いに答えなさい。

⑴　一次関数 $y=-2x+4$ で，y の変域が $-2<y\leqq6$ のとき，x の変域は
$-$ **セ** $\leqq x<$ **ソ** である。

⑵　一次関数 $y=-3x+m$ で，x の変域が $2\leqq x\leqq4$ のとき y の変域は $-8\leqq y\leqq n$ である。
このとき，$m=$ **タ** ，$n=-$ **チ** である。

⑶　一次関数 $y=ax+b(a<0)$ で，x の変域が $2\leqq x\leqq4$ のとき y の変域は $5\leqq y\leqq8$ である。
このとき，$a=-\dfrac{\text{ツ}}{\text{テ}}$，$b=$ **トナ** である。

< *Note* >

第10講・一次関数② グラフの交点

要点整理

1　二元一次方程式のグラフ

(1)　二元一次方程式 $ax+by=c$ のグラフをかくには，その式を y について解いた一次関数 $y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$ $(a\neq0,\ b\neq0)$ のグラフをかけばよい。

(2)　$\boldsymbol{y=k}$ のグラフは，点 $(0,\ k)$ を通り，$\boldsymbol{x}$ 軸に平行な直線。

STEP UP　$\boldsymbol{x=h}$ のグラフは，点 $(h,\ 0)$ を通り，$\boldsymbol{y}$ 軸に平行な直線。

2　2直線の交点の座標

(1)　x，y についての連立方程式の解は，それぞれの方程式のグラフ（2直線）の交点の x 座標，y 座標の組である。

(2)　2直線の交点の座標を求めるには，その2直線の方程式を連立方程式として解けばよい。

(3)　x 軸との交点の y 座標は0である。
　y 軸との交点の x 座標は0である。

3　連立方程式の解の個数と2直線のグラフの位置関係

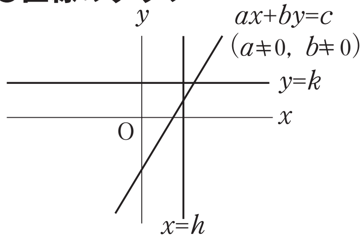
x，y についての連立方程式 $\begin{cases} ax+by=c & \cdots① \\ px+qy=r & \cdots② \end{cases}$

(1)　①，②のグラフが交わっているとき，ただ1組の解がある。

(2)　①，②のグラフが平行になっているとき，解はない。

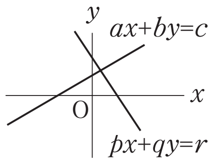
(3)　①，②のグラフが重なってまったく一致しているとき，解は無数にある。

●直線のグラフ

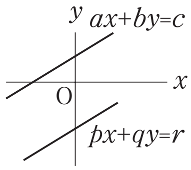


●連立方程式の解の個数と2直線のグラフの位置関係

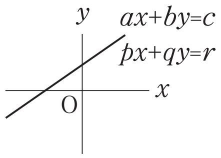
(1)　交わる



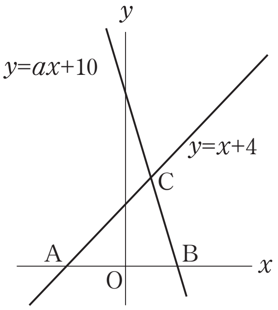
(2)　平行



(3)　一致



例題 1　右の図のように，直線 $y=x+4$ と直線 $y=ax+10$ がある。この2直線と x 軸との交点をそれぞれ A，B(2，0) とするとき，次の問いに答えなさい。



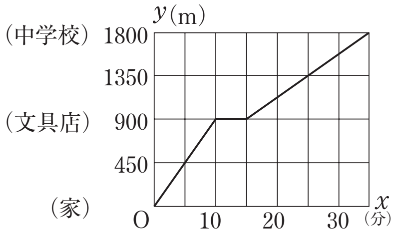
(1)　直線 $y=ax+10$ の傾き a の値を求めよ。

(2)　直線 $y=x+4$ と直線 $y=ax+10$ の交点Cの座標を求めよ。

(3)　点Cを通り，△ABCの面積を3等分する直線の中で切片が正の数となる直線の式を求めよ。

例題 2

Aさんは，毎朝歩いて中学校に通っている。この日は，7時40分に家を出発し，途中の文具店でサインペンを買ってから学校に行った。右のグラフは，Aさんが家を出発してから x 分後の，家からの道のりを y m として，その関係を表したものである。次の問いに答えなさい。

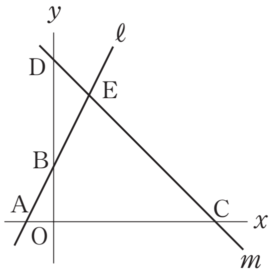


(1)　x の変域が $15 \leqq x \leqq 35$ のとき，y を x の式で表せ。

(2)　Aさんが体操服を忘れたので，母親は8時ちょうどに自転車で家を出発し，あとを追いかけて行った。自転車の速さを毎分270mとするとき，母親がAさんに追いつく時刻を求めよ。

問題

10－1　右の図で，直線 ℓ は方程式 $2x-y+3=0$ のグラフであり，x 軸，y 軸とそれぞれ A，B で交わっている。直線 m は2点 C(9，0)，D(0，9) を通っている。また，直線 ℓ と m の交点を E とする。次の問いに答えなさい。



(1)　2点 A，B の座標をそれぞれ求めよ。

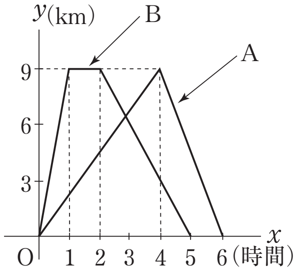
(2)　直線 m の方程式を求めよ。

(3)　点 E の座標を求めよ。

(4)　四角形 BOCE の面積を求めよ。

10－2

右図のグラフは，9km 離れた2地点 P，Q 間を，A，B の2人が P 地点を同時に出発して往復したようすを示したものである。x は A と B が P 地点を出発してからの時間を，y は P 地点からの距離を表す。次の問いに答えなさい。



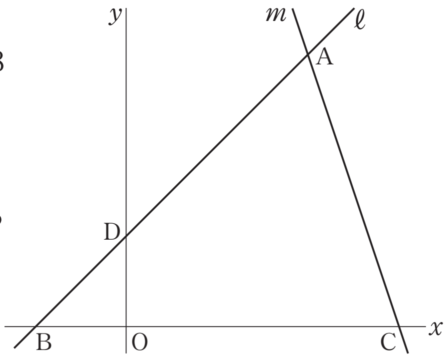
(1)　B が，Q 地点から P 地点にもどる間の x と y の関係式を求めよ。

(2)　B は，Q 地点から P 地点にもどる途中，A と出会った。その地点は，Q 地点からの道のりが何 km の地点か。

< *Note* >

第10講・確認テスト

［1］　右の図で，直線ℓは2点B$(-2,\ 0)$，D$(0,\ 2)$を通っている。また，直線mの式は$y=-3x+18$である。このとき，次の問いに答えなさい。



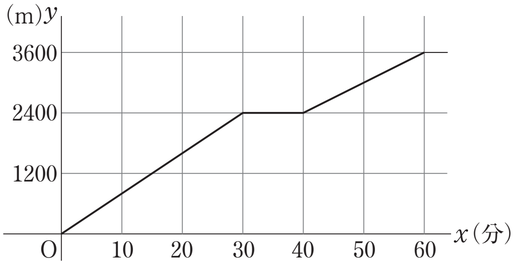
(1)　直線ℓの式は$y=x+$ ア である。

(2)　点Aの座標は，A(イ ， ウ)である。

(3)　△ABCの面積は， エオ である。

(4)　四角形ADOCの面積は， カキ である。

［2］　Aさんは，家から3600 m離れた体育館まで，途中の公園で休みをとって行った。右の図は，Aさんが家を出てからx分後までに歩いた道のりをy mとして，Aさんが歩いたようすをグラフに表したものである。これについて，次の問いに答えなさい。



(1)　家から公園までのAさんの歩く速さは，分速 クケ mである。

(2)　公園で休んだあとのxとyの関係を式で表すと，$y=$ コサ xである。

(3)　Aさんが家を出てから30分後に，姉が毎分180 mの速さの自転車でAさんと同じ道を通って体育館へ行った。このときの姉の進んだようすをグラフに表すと，(シス ， セ)と(ソタ ， チツテト)を結ぶ線分になる。

(4)　(3)のとき，姉がAさんに追いつくのは，Aさんが家を出てから ナニ 分後であり，その場所はAさんの家から ヌネノハ mの地点である。

< *Note* >

第11講・一次関数③ グラフと図形の問題

要点整理

1　水そうの問題

(1)　途中でグラフの傾きが小さくなる場合
・時間あたりに入れる水量を少なくした
・底面積が広くなった
などの場合が考えられる。

(2)　途中でグラフの傾きが大きくなる場合
・時間あたりに入れる水量を多くした
・底面積がせまくなった
などの場合が考えられる。

グラフの折れ曲がっているところで，どのようなことがあったのか考える。

2　グラフ上の点の x 座標を t とおき，y 座標を t で表す。

3　x 軸や y 軸に平行な線分の長さを求める

大きい座標から小さい座標を引いて求める。

例題 1

図1のように，直方体の水そうの中に，直方体の石が置いてある。この水そうに毎分1ℓの割合で水を入れる。図2は，水を入れ始めてからx分後の，水そうの底から水面までの高さを$y$cmとして，xとyの関係を表したグラフである。次の問いに答えなさい。

図1

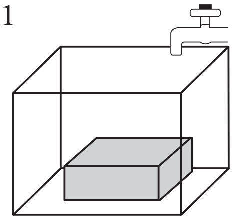
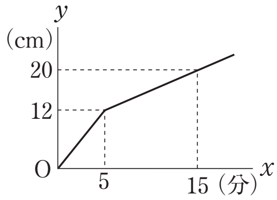


図2



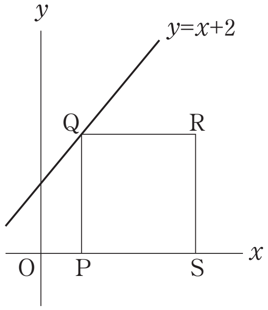
(1)　図2において，$5 \leqq x \leqq 15$のとき，直線の式を求めよ。

(2)　石を取り去ったときの，水そうの底面積を求めよ。

(3)　この石の体積を求めよ。

例題 2

右の図のように，正方形PQRSがあり，頂点Qは直線$y=x+2$上にあり，辺PSはx軸上（正の部分）にある。次の問いに答えなさい。



(1)　Pのx座標が3のとき，Rの座標を求めよ。

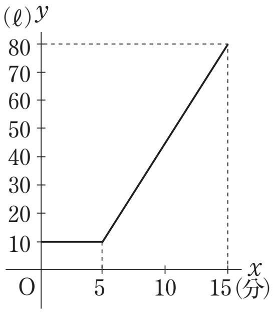
(2)　Pのx座標をtとするとき，Rの座標をtで表せ。

(3)　Rのx座標が15のとき，Pのx座標を求めよ。

問題

11－1

空の水そうＡと，水が少し入った水そうＢがある。ＡとＢは同じ大きさで，Ａには９時ちょうどから毎分４ℓの割合で水を入れる。また，右の図は，９時x分のときのＢの水の量をyℓとして，x，yの関係を表したグラフである。次の問いに答えなさい。

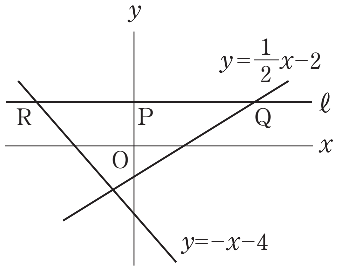


⑴　右の図で，xの変域が$5 \leqq x \leqq 15$のとき，yをxの式で表せ。

⑵　９時から９時15分までの間に，ＡとＢの水の量が等しくなるときが２回ある。それは何時何分何秒か。

11－2

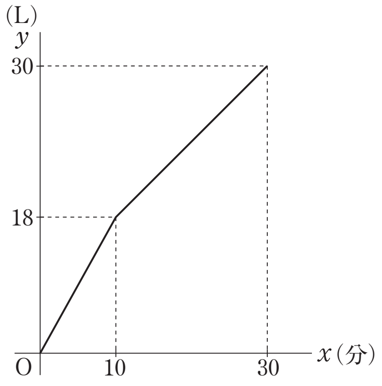
右の図で，直線ℓはx軸に平行であり，ℓとy軸，直線$y=\frac{1}{2}x-2$，直線$y=-x-4$との交点をそれぞれＰ，Ｑ，Ｒとする。QR＝15となるときのＰのy座標を求めなさい。ただし，直線ℓはx軸より上にあるものとする。



＜ *Note* ＞

第11講・確認テスト

[1]　水が 30 L 入る水そうがある。この水そうに，P 管から毎分 p L，Q 管から毎分 q L の割合で水を入れる。P 管は水そうが満水になるまで水を入れ続け，Q 管は P 管と同時に水を入れ始めた後に途中で止めている。右の図のグラフは，P 管から水を入れ始めてからの時間 x 分と，水そう内の水の量 y L の関係を表したものである。このとき，次の問いに答えなさい。

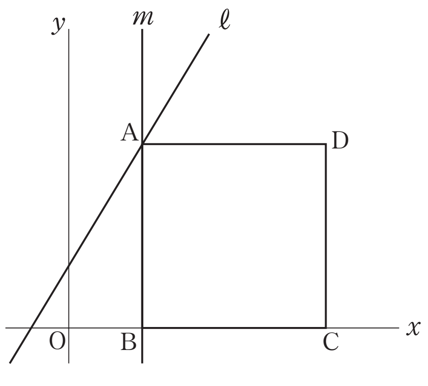


(1)　pの値は［ア］.［イ］，qの値は［ウ］.［エ］である。

(2)　P 管から水を入れ始めて 10 分後から 30 分後までの x と y の関係について，y を x の式で表すと，$y=$［オ］.［カ］$x+$［キク］である。

(3)　水そう内の水の量が 21 L になるのは，水そうに水を入れ始めてから［ケコ］分後である。

[2]　右の図で，直線 ℓ の式は $y=2x+1$ で，直線 m の式は $x=a$ である。直線 m と直線 ℓ，x 軸との交点をそれぞれ A，B とする。AB を 1 辺とする正方形 ABCD をつくるとき，次の問いに答えなさい。ただし，$a>0$ とし，点 C，D は直線 m より右側にあるものとする。



(1)　点 C の座標を a を用いて表すと，
C(［サ］$a+$［シ］，［ス］) である。

(2)　$a=3$ のとき，原点を通り，正方形 ABCD の面積を 2 等分する直線の式は，$y=\dfrac{［セ］}{［ソタ］}x$ である。

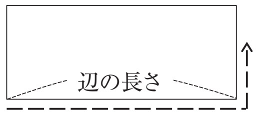
< *Note* >

第１２講・一次関数④ 動点の問題

要点整理

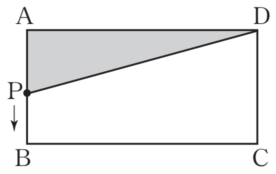
1　動点Ｐが図形の頂点にきたときの変化に注意する。

2　線分の長さは「辺の長さ」と「動点Ｐの移動距離」の差を利用する。



例題 1

右の図のような，AB＝4cm，BC＝8cm の長方形 ABCD がある。点 P は，A を出発して，毎秒 1cm の速さで辺上を A → B → C → D の順に D まで動く。点 P が A を出発して x 秒後の△APD の面積を y cm^2 とするとき，次の問いに答えなさい。



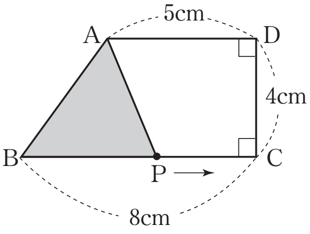
(1)　点 P が辺 AB 上にあるときの x の変域を求め，y を x の式で表せ。

(2)　点 P が辺 BC 上にあるときの x の変域を求め，y を x の式で表せ。

(3)　点 P が辺 CD 上にあるときの x の変域を求め，y を x の式で表せ。

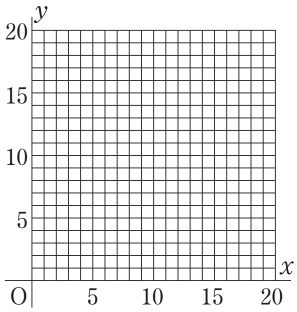
例題 2

右の図のような台形 ABCD があり，点 P は台形の辺上を，B → C → D → A と毎秒 1cm の速さで進む。x 秒後の△ABP の面積を y cm^2 とする。次の問いに答えなさい。



(1)　点 P が辺 CD 上にあるとき，y を x の式で表せ。

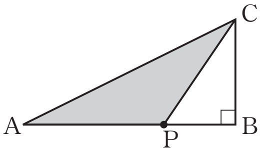
(2)　点 P が B を出発して A に着くまでの y と x の関係を式で表したときのグラフをかけ。



(3)　(2)で求めたグラフ上の点（x，y）と，点（−1，3）を結ぶ直線の傾き（a とする）の範囲を求めよ。

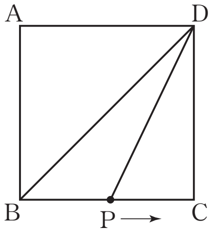
問題

12-1



右の図のような，AB＝4cm，BC＝2cm，∠B＝90°の直角三角形ABCがある。点Pは，Aを出発して，毎秒1cmの速さで辺AB上を1往復するまで動く。点PがAを出発してx秒後の△APCの面積を$y$cm^{2}とする。xの変域が$4 \leqq x \leqq 8$のとき，yをxの式で表しなさい。

12-2



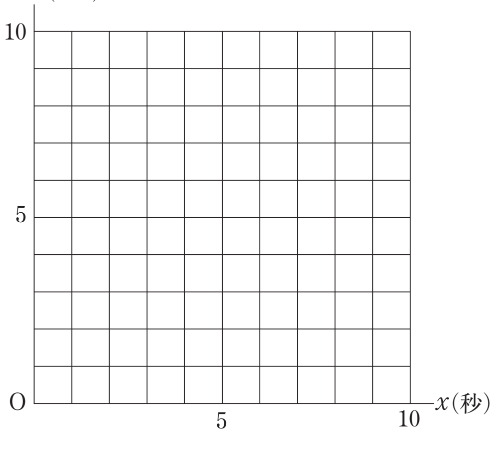
右の図のように，1辺が4cmの正方形ABCDがある。点Pは点Bを出発し，辺BC，CD上を点Dまで毎秒1cmの速さで動く。次の問いに答えなさい。

⑴　点Pが点Bを出発してから2秒後の△DBPの面積を求めよ。

⑵　点Pが点Bを出発してからx秒後の△DBPの面積を$y$cm^{2}とする。ただし，点Pが点B，Dにあるときはy=0とする。

①　$0 \leqq x \leqq 4$のとき，yをxの式で表せ。

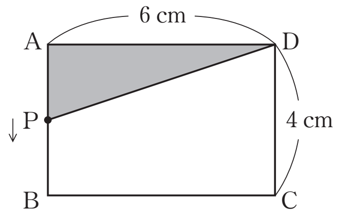
②　$0 \leqq x \leqq 8$のとき，xとyの関係を表すグラフをかけ。



＜ *Note* ＞

第12講・確認テスト

［1］　右の図のような長方形 ABCD で，点 P は A を出発して毎秒 1 cm で，辺上を B，C を通って D まで動く。P が A を出発してから x 秒後の△APD の面積を y cm² とするとき，次の問いに答えなさい。



(1)　次の(ⅰ)～(ⅲ)の変域のとき，y を x の式で表しなさい。

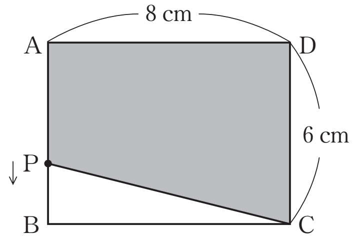
(ⅰ)　$0 \leqq x \leqq 4$ のとき，$y=$ [ア] x

(ⅱ)　$4 \leqq x \leqq 10$ のとき，$y=$ [イウ]

(ⅲ)　$10 \leqq x \leqq 14$ のとき，$y=-$ [エ] $x+$ [オカ]

(2)　△APD の面積が 9 cm² になるのは，P が A を出発してから [キ] 秒後と [クケ] 秒後である。

［2］　右の図の長方形 ABCD の周上を点 P が毎秒 2 cm の速さで，点 A から B を通り C まで動く。点 P が点 A を出発してから x 秒後の四角形 APCD の面積を y cm² として，次の問いに答えなさい。

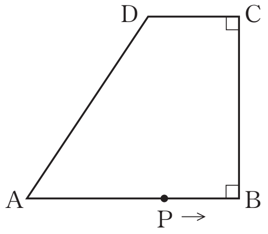


(1)　点 P が辺 AB 上にあるとき，y を x の式で表すと，$y=$ [コ] $x+$ [サシ] で，その変域は [ス] $\leqq x \leqq$ [セ] である。

(2)　点 P が辺 BC 上にあるとき，y を x の式で表すと，$y=-$ [ソ] $x+$ [タチ] で，その変域は [ツ] $\leqq x \leqq$ [テ] である。

(3)　点 P が点 A から C まで動くときの x と y の関係を表すグラフをかくと，点 P が辺 AB 上にあるときは ([ト]，[ナニ]) と ([ヌ]，[ネノ]) を結ぶ線分，辺 BC 上にあるときは，([ヌ]，[ネノ]) と ([ハ]，[ヒフ]) を結ぶ線分になる。

［3］　右の図のような台形 ABCD において，AB＝7，BC＝6，CD＝3，∠B＝∠C＝90°とする。点 P は，A を出発し，台形の周上を B，C，D の順に D まで動く。点 P が A から動いた道のりを x，△APD の面積を y とする。このとき，



点 P が線分 AB 上を動くときは，

$y=$ ［へ］ x　で，x の変域は ［ホ］ $\leqq x \leqq$ ［マ］

線分 BC 上を動くときは，

$y=-$ ［ミ］ $x+$ ［ムメ］ で，x の変域は ［モ］ $\leqq x \leqq$ ［ヤユ］

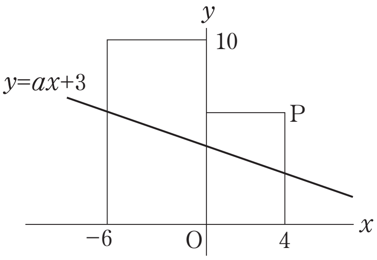
線分 CD 上を動くときは，

$y=-$ ［ヨ］ $x+$ ［ラリ］ で，x の変域は ［ルレ］ $\leqq x \leqq$ ［ロワ］ である。

第１３講・一次関数⑤ いろいろな一次関数の問題

例題 1

右図のように２つの長方形があり，直線 $y=ax+3$ がこの２つの長方形の面積を同時にそれぞれ２等分している。次の問いに答えなさい。

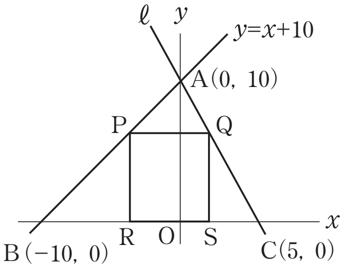


⑴　a の値を求めよ。

⑵　長方形の頂点 P の y 座標を求めよ。

例題 2

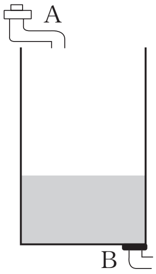
右の図のように，２点 A（0，10），B（−10，0）を通る直線 $y=x+10$ がある。また，点 A と x 軸上の点 C（5，0）を通る直線 ℓ がある。いま，線分 AB 上に点 P，線分 AC 上に点 Q をとり，２点 P，Q から x 軸にひいた垂線と x 軸との交点をそれぞれ R，S とし，四角形 PRSQ をつくる。このとき，次の問いに答えなさい。



⑴　直線 ℓ の式を求めよ。

⑵　四角形 PRSQ が正方形になるとき，この正方形の１辺の長さを求めよ。

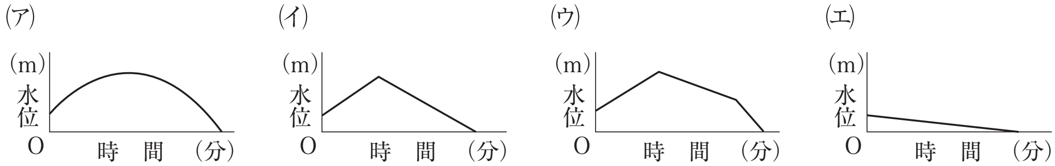
例題 3



右の図は，底面積が 3m^2 の直方体の水そうに 3m^3 の水が入っているようすを表している。この状態から，給水管Aより水そうに毎分 2m^3 の割合で水を入れる。水を入れ始めてから t 分後に排水管Bを開く。

排水管Bからは毎分 $a\text{m}^3$ の割合で水が流れ出るものとする。排水管Bを開いてから3分後の水位は $\dfrac{8}{3}$m であった。また，排水管Bを開いてから5分後に給水管Aを閉じたところ，そのちょうど2分後に水そうは空になった。次の問いに答えなさい。

(1)　水そうに水を入れ始めてから空になるまでの時間と，その水位との関係を表すグラフとして，最も適するものを次の(ア)～(エ)の中から選び，記号で答えよ。

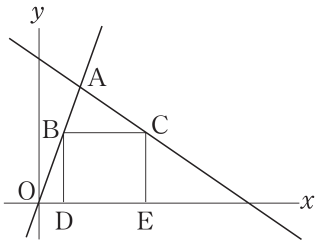


(2)　a と t の値をそれぞれ求めよ。

問題

13－1

右の図のように，関数 $y=3x$，$y=ax+8$ のグラフがある。この2つのグラフは交わっており，その交点をAとする。また，関数 $y=3x$ のグラフ上の2点O，Aの間に点Bをとり，関数 $y=ax+8$ のグラフ上に点Cをとる。2点B，Cから x 軸に引いた垂線と x 軸との交点をそれぞれD，Eとする。ただし，$a<0$ とする。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　直線OAが点（b，-12）を通るとき，b の値を求めよ。

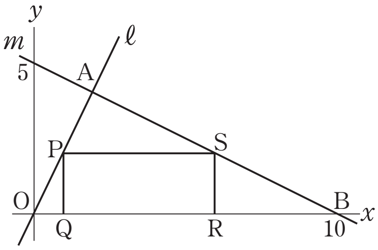
(2)　$a=-3$ のとき，点Aの座標を求めよ。

(3)　点Dの x 座標が1で，四角形BDECが面積12の長方形になるとき，a の値を求めよ。

＜ *Note* ＞

第13講・確認テスト

[1]　右の図のように，２つの直線 ℓ，m の交点をＡとし，直線 m と x 軸との交点をＢとする。直線 ℓ の式は $y=2x$ であり，ℓ 上のＯとＡの間に点Ｐをとる。点Ｐを通り，x 軸，y 軸にそれぞれ平行な直線をひいて，図のように x 軸上，m 上にそれぞれ点をとり，長方形 PQRS をつくる。このとき，次の問いに答えなさい。



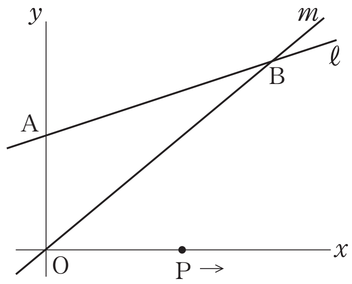
(1)　点Ｐの x 座標が１であるとき，点Ｓの座標は（［ア］，［イ］）である。

(2)　点Ｐの x 座標を p とするとき，点Ｓの座標を p を用いて表すと，

（［ウエ］－［オ］p，［カ］p）である。

(3)　長方形 PQRS が正方形となるときの点Ｐの座標は，$\left(\dfrac{［キク］}{［ケ］}, \dfrac{［コサ］}{［シ］}\right)$ である。

[2]　右の図のように，座標平面上に点 A(0，3)，点 B(6，5) がある。２点Ａ，Ｂを通る直線を ℓ，原点Ｏと点Ｂを通る直線を m とする。また，座標軸の単位の長さを１cm とし，点Ｐは原点Ｏを出発して，x 軸上を毎秒１cm の速さで正の方向に進むものとする。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　△OAB の面積は［ス］cm^2 である。

(2)　直線 ℓ の式は，$y=\dfrac{［セ］}{［ソ］}x+$［タ］である。

(3)　点Ｐが原点Ｏを出発してから t 秒後について，

(i)　線分 AP が△OAB の面積を２等分するとき，t の値は［チツ］である。

(ii)　△APB の面積を S とする。S を t の式で表すと，$S=t+$［テ］である。ただし，$0 \leqq t \leqq 6$ とする。

< *Note* >

第4章　平面図形

第14講・平行線と角①　平行線と三角形

要点整理

1　平行線と角

(1)　2直線が交わってできる4つの角のうち，向かい合った位置にある2つの角を**対頂角**という。また，対頂角は等しい。

(2)　平行線の性質

2つの直線に1つの直線が交わるとき，

①　2つの直線が平行ならば，**同位角**は等しい。また，逆に，同位角が等しいならば，2つの直線は平行である。

②　2つの直線が平行ならば，**錯角**は等しい。また，逆に，錯角が等しいならば，2つの直線は平行である。

③　右の「**●平行線の性質**」の図で，$\ell /\!/ m$ ならば，$\angle b+\angle d=180^\circ$ である。

また，逆に，$\angle b+\angle d=180^\circ$ ならば，$\ell /\!/ m$ である。

2　三角形と角

(1)　三角形の**内角**の和は180°である。

(2)　三角形の1つの**外角**は，それととなり合わない2つの内角の和に等しい。

(3)　0°より大きく90°より小さい角を**鋭角**，90°より大きく180°より小さい角を**鈍角**という。

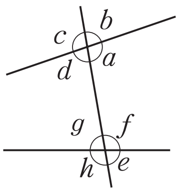
(4)　内角の大きさによる三角形の分類

①　**鋭角三角形**…3つの内角がすべて鋭角である三角形

②　**直角三角形**…1つの内角が直角である三角形

③　**鈍角三角形**…1つの内角が鈍角である三角形

●2つの直線に1つの直線が交わるとき



同位角…

$\angle a$ と $\angle e$

$\angle b$ と $\angle f$

$\angle c$ と $\angle g$

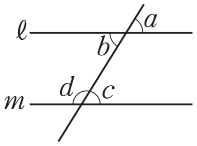
$\angle d$ と $\angle h$

錯角　…

$\angle a$ と $\angle g$

$\angle d$ と $\angle f$

●平行線の性質



$\ell /\!/ m$ のとき，

$\angle a=\angle c$（同位角）

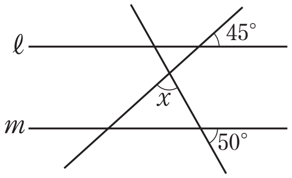
$\angle b=\angle c$（錯角）

$\angle b+\angle d=180^\circ$

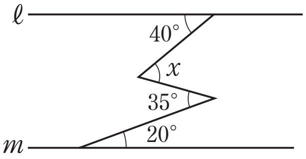
例題 1

次の図で，$\ell \mathbin{/\!/} m$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

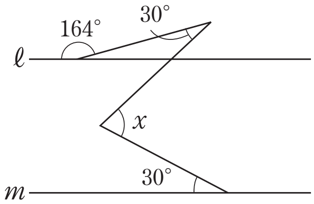
(1)



(2)



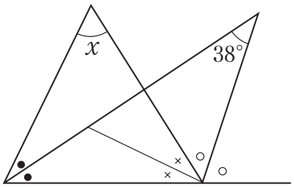
(3)



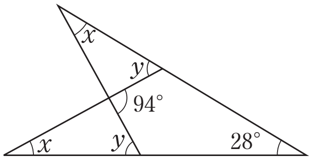
例題 2

次の問いに答えなさい。

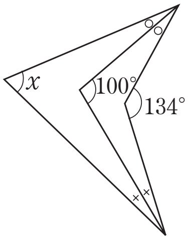
(1)　右の図で，同じ印のついた角は等しい。$\angle x$ の大きさを求めよ。



(2)　右の図で，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めよ。



(3)　右の図で，同じ印のついた角は等しい。$\angle x$ の大きさを求めよ。

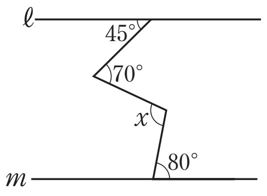


問題

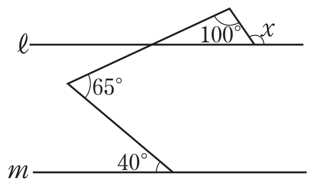
14−1

次の図で，$\ell /\!/ m$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

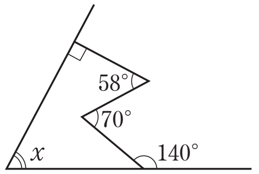
(1)



(2)



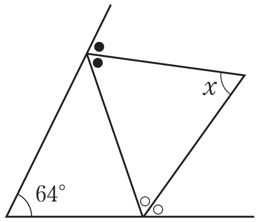
(3)



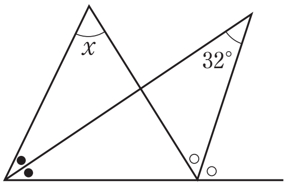
14−2

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

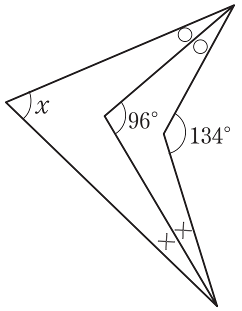
(1)　同じ印のついた角は等しい。



(2)　同じ印のついた角は等しい。



(3)　同じ印のついた角は等しい。



＜ *Note* ＞

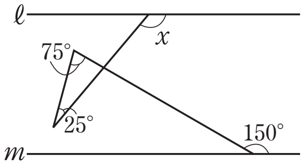
第14講・確認テスト

［1］　次の問いに答えなさい。

(1)　図１で，$\ell /\!/ m$ のとき，

$\angle x=$ アイウ 度である。

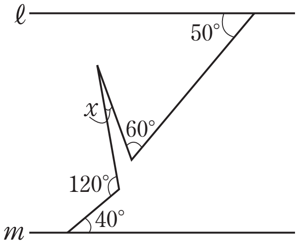
図１



(2)　図２で，$\ell /\!/ m$ のとき，

$\angle x=$ エオ 度である。

図２

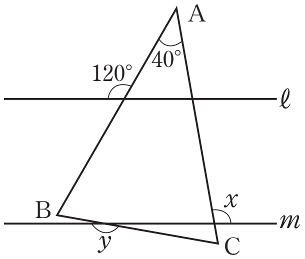


(3)　図３で，$\ell /\!/ m$ で AB＝AC のとき，

$\angle x=$ カキク 度，

$\angle y=$ ケコサ 度である。

図３



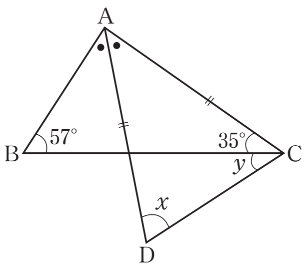
［2］　次の問いに答えなさい。

(1)　図４で，AC＝AD のとき，

$\angle x=$ シス 度，

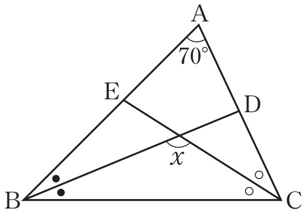
$\angle y=$ セソ 度である。

図４



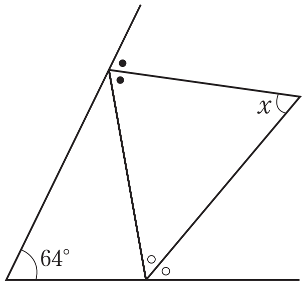
(2)　図５で，$\angle x=$ タチツ 度である。

図５



(3)　図６で，$\angle x=$ **テト** 度である。

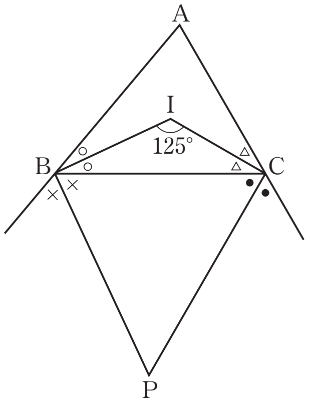
図６



(4)　図７で，∠BAC＝ **ナニ** 度，

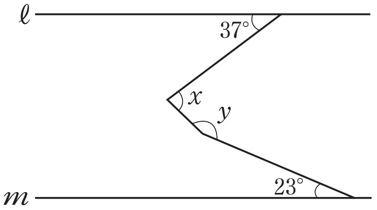
∠BPC＝ **ヌネ** 度である。

図７



［3］　図８で，$\ell /\!/ m$ のとき，$\angle x+\angle y=$ **ノハヒ** 度である。

図８



第15講・平行線と角②　多角形の角

要点整理

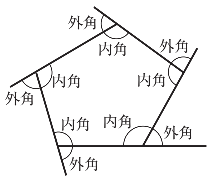
1　多角形の角

(1)　n 角形の内角の和は $180° \times (n-2)$ である。

(2)　多角形の外角の和は 360° である。

●多角形の内角と外角

例 五角形



内角の和は 540°

外角の和は 360°

1つの内角と，それととなり合う外角との和は 180° になる。

例題 1

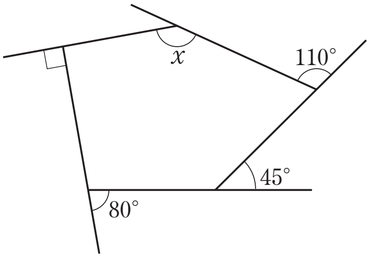
次の問いに答えなさい。

(1)　正十角形の１つの内角の大きさを求めよ。

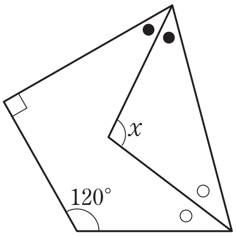
(2)　正 n 角形の１つの内角と外角の大きさの比が５：１であるとき，n の値を求めよ。

(3)　次の図で，$\angle x$ の大きさを求めよ。ただし，②では，同じ印のついた角は等しいものとする。

①



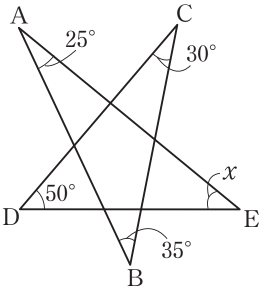
②



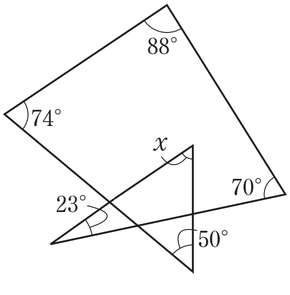
例題 2

次の問いに答えなさい。

(1)　下の図で，$\angle x$ の値を求めよ。



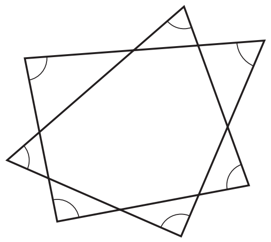
(2)　下の図で，$\angle x$ は何度か。



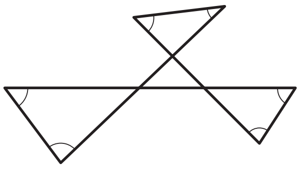
例題 3

次の問いに答えなさい。

(1)　下の図で，印のついている７つの角の和を求めよ。



(2)　下の図で，印をつけた角の和を求めよ。



問題

15－1

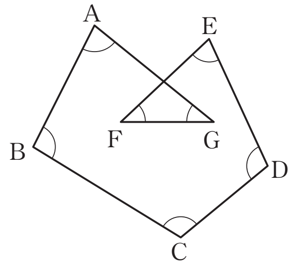
次の問いに答えなさい。

⑴　七角形の内角の和を求めよ。

⑵　１つの外角が 45° である正多角形は正何角形か。

⑶　十角形の対角線は全部で何本あるか。

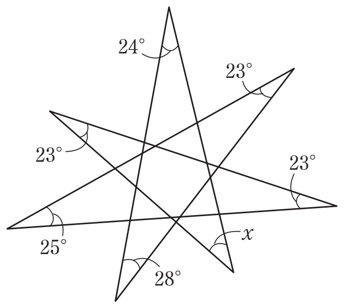
⑷　右の図で，印のついている７つの角の和を求めよ。



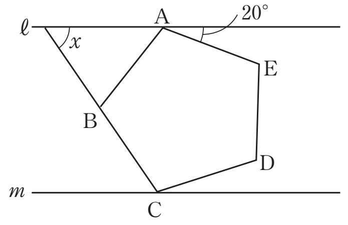
15－2

次の図で，∠x の大きさを求めなさい。

⑴



⑵　$\ell /\!/ m$，五角形 ABCDE は正五角形



第15講・確認テスト

[1]　次の問いに答えなさい。

(1)　n 角形の内角の和が 900° であるとき，n の値は [ア] である。

(2)　正 n 角形の１つの外角が 12° のとき，n の値は [イウ] である。

(3)　１つの内角の大きさが 135° である正多角形の頂点の数は [エ] 個である。

(4)　１つの外角が 10° の正多角形で，１つの頂点からひける対角線の本数は [オカ] 本である。

[2]　正三角形，正方形，正 a 角形，正 b 角形の４つの図形を，１点の周りにたがいにすき間なく，重ねることもなく並べることができた。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　このときの a と b の関係を式で表してみると，

$$60+90+\frac{180(a-\boxed{キ})}{a}+\frac{180(b-\boxed{ク})}{b}=\boxed{ケコサ}$$ より，

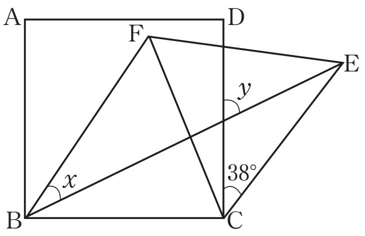
これを整理して，$\frac{360}{a}+\frac{360}{b}=\boxed{シスセ}$ となる。

(2)　a と b を満たす値の組は a が小さい順に，$(a,\ b)=$([ソ] ， [タチ])，([ツ] ， [テ])，([ト] ， [ナ])，([ニヌ] ， [ネ])の４組ある。

[3]　次の問いに答えなさい。

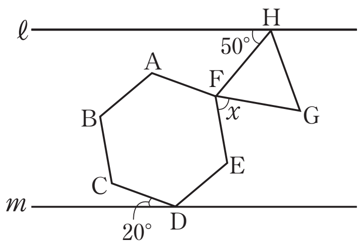
(1)　右の図１のように，１辺の長さが等しい正方形 ABCD と正三角形 CEF が重なり，∠ECD＝38° である。このとき，∠x＝ [ノハ] 度，∠y＝ [ヒフ] 度である。

図１



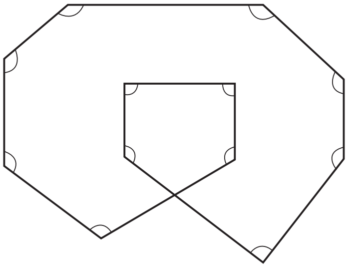
(2)　右の図２のように，$\ell /\!/ m$ で，正六角形 ABCDEF と正三角形 FGH がそれぞれ m，ℓ に点 D と点 H で接している。このとき，$\angle x=$ [ヘホ] 度である。

図２



(3)　右の図３で，印のついた角の和は [マミムメ] 度である。

図３



第１６講・図形と合同①
三角形の合同の証明

要点整理

1　合同な図形の性質

(1)　合同な図形では，**対応する線分**の長さは等しい。

(2)　合同な図形では，**対応する角**の大きさは等しい。

(3)　△ABC と△DEF が合同であることを，記号≡を使って，**△ABC≡△DEF** と表し，「三角形 ABC　合同　三角形 DEF」と読む。また，記号≡を使うとき，対応する頂点は同じ順に書く。

2　三角形の合同条件

２つの三角形は，次の各場合に，合同である。

①　**３辺がそれぞれ等しい。**

②　**２辺とその間の角がそれぞれ等しい。**

③　**１辺とその両端（りょうたん）の角がそれぞれ等しい。**

3　証明

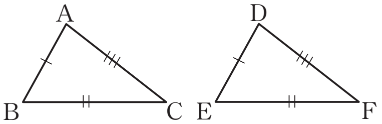
(1)　「○○○ならば□□□である」と表したとき，「○○○」の部分を**仮定（かてい）**，「□□□」の部分を**結論（けつろん）**という。

(2)　仮定と結論が入れかわっているとき，一方を他方の**逆（ぎゃく）**という。あることがらが正しくても，その逆は正しいとはかぎらない。

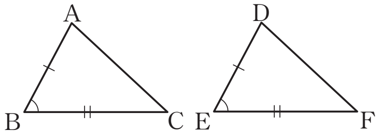
(3)　基本性質などを根拠（こんきょ）に使って，すじ道を立てて，仮定から結論を導くことを**証明（しょうめい）**という。

●三角形の合同条件

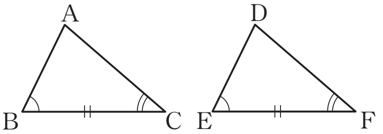
① AB＝DE，BC＝EF，CA＝FD



② AB＝DE，BC＝EF，∠B＝∠E



③ BC＝EF，∠B＝∠E，∠C＝∠F

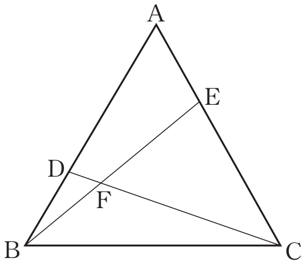


●「p ならば q である。」の逆は，「q ならば p である。」

例「$x=1$ ならば $x^2=1$ である。」の逆は，「$x^2=1$ ならば $x=1$ である。」

例題 1

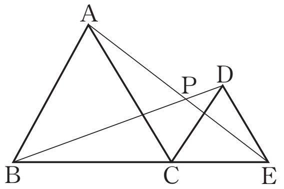
右の図で，△ABC は正三角形で，AE＝BD である。このとき，BE＝CD であることを次のように証明した。㋐～㋓をうめよ。



証明　△ABE と△〔　㋐　〕において，
仮定より，
AE＝BD…①，〔　㋑　〕＝BC…②，
∠BAE＝∠〔　㋒　〕＝60°…③
①，②，③より，〔　㋓　〕がそれぞれ等しいから，△ABE≡△〔　㋐　〕
合同な三角形の対応する辺の長さは等しいから，BE＝CD

例題 2

右の図で，△ABC と△DCE はともに正三角形である。A と E，D と B を結び，その交点を P とする。次の問いに答えよ。

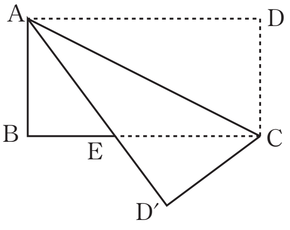


⑴　AE＝BD であることを次のように証明した。㋐～㋔をうめよ。

証明　△ACE と△〔　㋐　〕において，
仮定より，
AC＝BC…①，〔　㋑　〕＝CD…②
また，∠ACE＝60°＋∠〔　㋒　〕＝∠〔　㋓　〕…③
①，②，③より，〔　㋔　〕がそれぞれ等しいから，△ACE ≡△〔　㋐　〕
合同な三角形の対応する辺の長さは等しいから，AE＝BD

⑵　∠BPE の大きさを求めよ。

例題 3



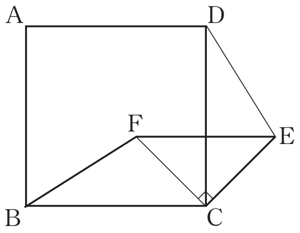
右の図のように，長方形 ABCD を対角線 AC を折り目として折り返したところ，点 D は D′ に移動した。

AD′ と BC の交点を E として，△ABE と△CD′ E は合同であることを証明しなさい。

問題

16－1

右の図で，四角形ABCDは正方形であり，△CEFはCE＝CFの直角二等辺三角形である。次の問いに答えなさい。



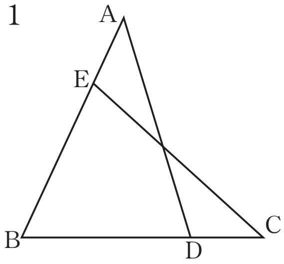
⑴　△BCF≡△DCEであることを証明せよ。

⑵　∠DCF＝∠FBC＝30°のとき，∠DEFの大きさを求めよ。

第16講・確認テスト

[1] 右の図１で，AB＝BC，∠BAD＝∠BCE のとき，AD＝CE である。このことを次のように証明した。空欄にあてはまるものを選択肢から選び，その番号を答えなさい。（同じ番号を何度用いても構いません。）

図１



（証明）△ABD と [ア] において

[イ] より，　AB＝CB

∠BAD＝[ウ]

[エ] より，[オ]＝[カ]

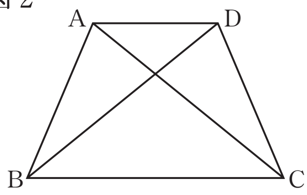
１辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，△ABD≡[キ]

よって，　AD＝CE

（選択肢）① △BCE　② △CBE　③ ∠ABD　④ ∠BAD　⑤ ∠CBE　⑥ ∠BCE　⑦ 仮定　⑧ 共通な角　⑨ 共通な辺

[2] 右の図２において，四角形 ABCD で，AB＝DC，AC＝DB のとき，∠BAC＝∠CDB である。このことを次のように証明した。空欄にあてはまるものを選択肢から選び，その番号を答えなさい。（同じ番号を何度用いても構いません。）

図２



（証明）△ABC と [ク] において

[ケ] より，　AB＝DC

AC＝DB

[コ] より，　BC＝[サ]

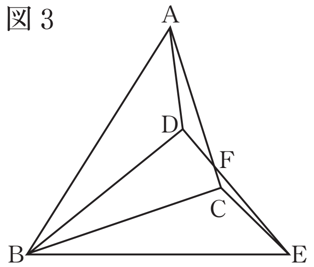
[シ] ので，△ABC≡[ス]

よって，∠BAC＝∠CDB

（選択肢）① △ACD　② △DCB　③ BD　④ CB　⑤ 仮定　⑥ 共通な辺　⑦ 共通な角　⑧ ３辺がそれぞれ等しい　⑨ ２辺とその間の角がそれぞれ等しい

［3］ 右の図３で，△ABC≡△EBD である。また，点 F は AC と ED の交点である。このとき，△ABD≡△EBC となる。このことを，次のように証明した。空欄にあてはまるものを選択肢から選び，その番号を答えなさい。

図３



（証明）△ABD と△EBC において

△ABC≡△EBD より，　AB＝［セ］…①，　BD＝［ソ］…②

∠ABC＝∠EBD で，［タ］＝∠ABC－［チ］

［ツ］＝∠EBD－［チ］

よって，［タ］＝［ツ］…③

①，②，③より，［テ］ので，△ABD≡△EBC

（選択肢）

① ２辺とその間の角がそれぞれ等しい

② １辺とその両端の角がそれぞれ等しい

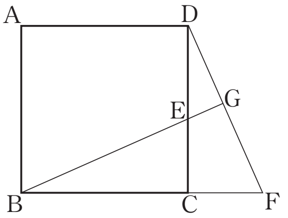
③ BC　④ EB　⑤ ∠ADB　⑥ ∠DBC

⑦ ∠ABD　⑧ ∠EBC　⑨ ∠ECB

第17講・図形と合同②　合同を利用した証明問題

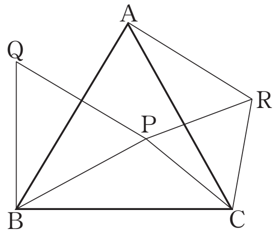
例題 1

右の図のように，正方形ABCDの辺CD上に点Eをとり，辺BCの延長上にCF＝CEとなる点Fをとる。また，BEの延長とDFとの交点をGとする。このとき，∠DEG＝∠DFCであることを証明しなさい。



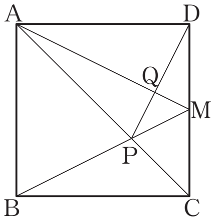
例題 2

右の図のように，正三角形ABCの内部に点Pをとり，PBを１辺とする正三角形QBPと，PCを１辺とする正三角形RPCをつくる。そして，点Aと点Rを直線で結ぶ。このとき，PQ＝RAとなることを証明しなさい。



例題 3

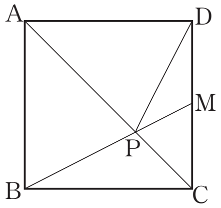
右の図の正方形ABCDで，辺DCの中点をM，BMとACの交点をP，PDとAMの交点をQとするとき，AM ⊥ DPを証明しなさい。



問題

17－1

右の図のように，正方形 ABCD があり，辺 CD の中点を M，線分 BM と対角線 AC の交点を P とする。このとき，∠CMB＝∠PDA であることを証明しなさい。

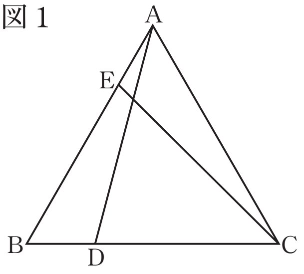


< *Note* >

第17講・確認テスト

［1］　右の図１のように，正三角形 ABC の辺 BC，AB 上に BD＝AE となる点 D，E をとる。このとき，AD＝CE であることを，下のように証明した。空欄にあてはまるものを選択肢から選び，その番号を答えなさい。

図１



（証明）△ABD と△CAE において

仮定より　　BD＝AE

正三角形 ABC の辺より［ア］＝［イ］

正三角形 ABC の角より［ウ］＝［エ］＝［オ］

２辺とその間の角がそれぞれ等しいので，　△ABD≡△CAE

よって，　AD＝CE

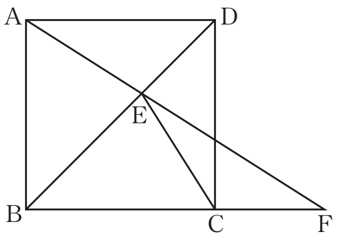
（選択肢）

①　∠BCA　　②　∠ABD　　③　∠CAE　　④　60°　　⑤　90°

⑥　AB　　⑦　BC　　⑧　CA　　⑨　CE

［2］　右の図２のように，正方形ABCDの対角線BD上に点Eをとり，AEの延長と辺BCの延長との交点をFとする。このとき，∠DCE＝∠CFEであることを下のように証明した。空欄にあてはまるものを選択肢から選び，その番号を答えなさい。

図２



（証明）［カ］と［キ］において

共通な辺より　DE＝DE

正方形ABCDの辺より　DA＝［ク］

BDは正方形ABCDの対角線なので［ケ］＝［コ］＝45°

２辺とその間の角がそれぞれ等しいので，［カ］≡［キ］

よって，∠DAE＝∠DCE

また，平行線の錯角は等しいから　∠DAE＝∠CFE

したがって，∠DCE＝∠CFE

（選択肢）

①　△ABE　　②　△DAE　　③　△DCE　　④　CF　　⑤　DC

⑥　∠ADE　　⑦　∠AED　　⑧　∠CDE　　⑨　∠CED

第18講・三角形①　二等辺三角形の性質

要点整理

1　定義と定理

(1)　用語や記号の示す内容や意味をはっきり述べたものを**定義**（ていぎ）という。

(2)　証明されたことがらのうち，以後の証明でよく使う重要なものを**定理**（ていり）という。

2　二等辺三角形

(1)　2辺が等しい三角形を**二等辺三角形**という。

(2)　二等辺三角形の等しい辺の間の角を**頂角**（ちょうかく），頂角に対する辺を**底辺**（ていへん），底辺の両端の角を**底角**（ていかく）という。

(3)　二等辺三角形の2つの底角は等しい。

(4)　二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺を垂直に二等分する。

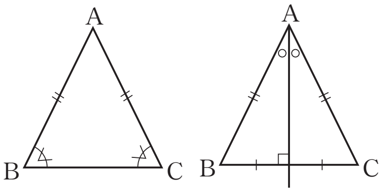
(5)　2つの角が等しい三角形は，二等辺三角形である。

3　正三角形

(1)　3辺が等しい三角形を**正三角形**という。

(2)　正三角形の3つの内角はすべて等しい。

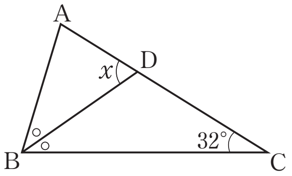
●二等辺三角形に関する定理



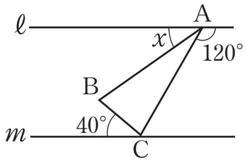
例題 1

次の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1)　CA＝CB，∠ABD＝∠CBD

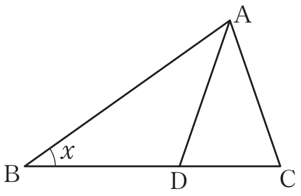


(2)　$\ell /\!/ m$，AB＝AC



(3)　AC＝AD＝DB

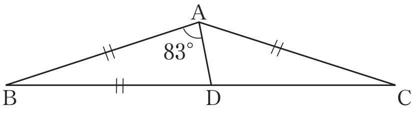
BA＝BC



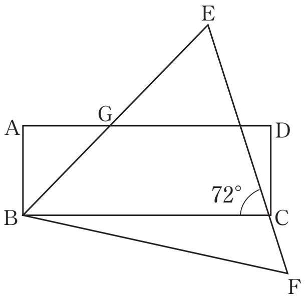
例題 2

次の問いに答えなさい。

(1)　右の AB＝AC の二等辺三角形 ABC の辺 BC 上に，BA＝BD となる点 D をとるとき，∠DAC の大きさを求めよ。



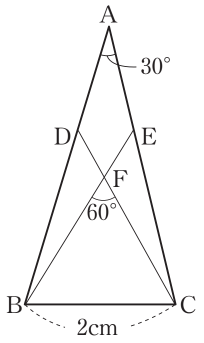
(2)　右の図で，四角形 ABCD は長方形で，△EBF は正三角形である。∠ECB＝72° のとき，∠ABG の大きさを求めよ。



例題 3

右の図のように，頂角∠A の大きさが 30°，底辺 BC の長さが 2cm の二等辺三角形 ABC がある。2 辺 AB，AC 上に AD＝AE となるように 2 点 D，E をとり，BE と CD の交点を F とする。

∠BFC＝60° であるとき，次の問いに答えなさい。



(1)　△ABE ≡ △ACD であることを証明せよ。

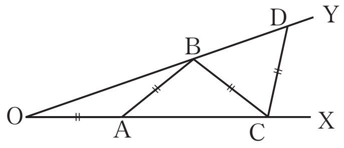
(2)　∠ABE の大きさを求めよ。

(3)　AF の長さを求めよ。

問題

18－1

∠XOYがあり，右の図のように，OA＝AB＝BC＝CDとなる点A，B，C，Dを，OX，OY上に交互にとる。次の問いに答えなさい。



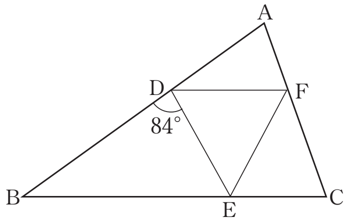
(1)　∠XOY＝25°のとき，∠YDCの大きさを求めよ。

(2)　∠DCX＝72°のとき，∠XOYの大きさを求めよ。

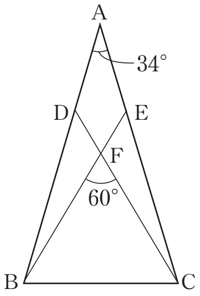
18－2

次の問いに答えなさい。

(1)　右の図の△ABCは，AB＝BCの二等辺三角形で，D，E，Fは，それぞれ辺AB，BC，CA上の点である。△DEFが正三角形で，DF//BCのとき，∠EFCの大きさを求めよ。



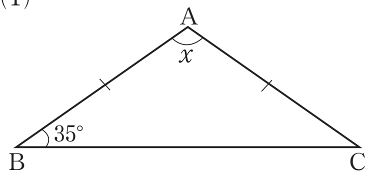
(2)　右の図のように，頂角∠A＝34°の二等辺三角形ABCがある。辺AB，AC上にAD＝AEとなる点D，Eをとり，BEとCDの交点をFとする。∠BFC＝60°のとき，∠BDCの大きさを求めよ。



第18講・確認テスト

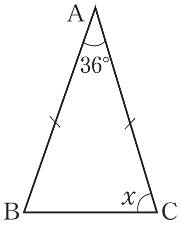
［1］　下の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1)



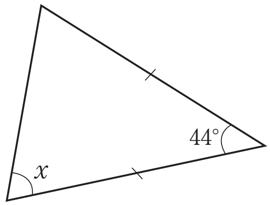
$\angle x=$ アイウ 度

(2)



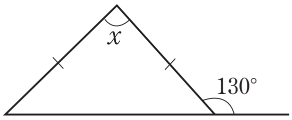
$\angle x=$ エオ 度

(3)



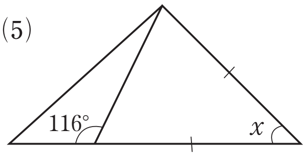
$\angle x=$ カキ 度

(4)



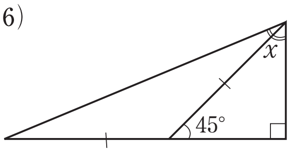
$\angle x=$ クケ 度

(5)



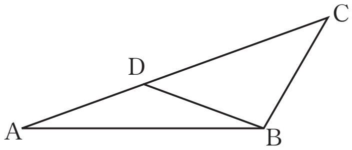
$\angle x=$ コサ 度

(6)

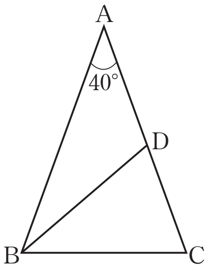


$\angle x=$ シス . セ 度

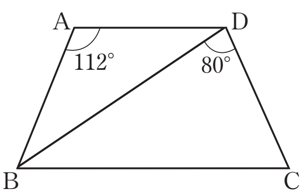
［2］　(1)　右の△ABC において，∠ABC＝120°，AD＝DB＝BC のとき，∠CAB＝ ソタ 度である。



(2)　右の△ABC は，∠A＝40°，AB＝AC の二等辺三角形である。いま，辺 AC 上に BC＝BD となる点 D をとる。このとき，∠ABD＝ チツ 度である。



(3)　右の図で，四角形 ABCD は AD//BC の台形で，AB＝AD である。∠DAB＝112°，∠BDC＝80° のとき，∠DCB＝ テト 度である。

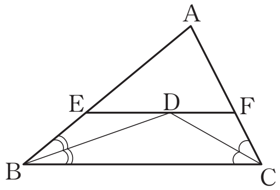


< *Note* >

第19講・三角形②　二等辺三角形の証明問題

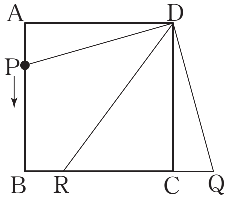
例題 1

右の図のように，△ABC の∠B の二等分線と∠C の二等分線の交点を D とする。D を通り辺 BC に平行な直線をひき，辺 AB，AC との交点をそれぞれ E，F とするとき，EF＝EB＋FC となることを証明しなさい。

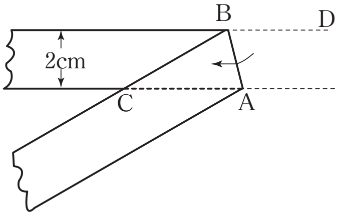


例題 2

右の図のように，正方形 ABCD がある。点 P は，線分 AB 上を点 A から点 B まで矢印の方向に動くものとする。線分 BC の延長線上に，△DAP ≡ △DCQ となるような点 Q をとる。また，∠PDC の二等分線が，線分 BC と交わる点を R とする。このとき，△QDR は二等辺三角形であることを証明しなさい。



例題 3



幅 2cm の紙テープを，右の図のように折って重ねた。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，∠ABD は 90° より小さい角とする。

⑴　∠ABD＝75° のとき，∠ABC の大きさを求めよ。

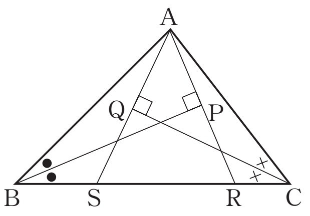
⑵　紙テープの折り方を変えても，△ABC は二等辺三角形であることを証明せよ。

⑶　△ABC の面積が最も小さくなるときの∠ABD の大きさと，△ABC の面積を求めよ。

問題

19－1

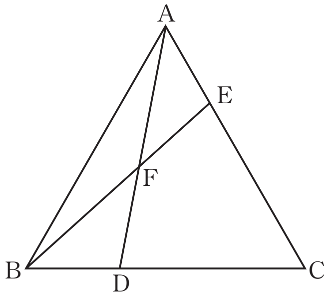
右の図のような△ABCがあり，∠B，∠Cの二等分線にAから垂線をひき，その交点をそれぞれP，Qとする。AP，AQの延長が辺BCと交わる点をそれぞれR，Sとする。BC＝a，CA＝b，AB＝cとするとき，RSの長さをa，b，cを用いて表しなさい。



< *Note* >

第19講 • 確認テスト

［1］　右の図のように，正三角形 ABC の辺 BC，CA 上に，AE＝BD となるような点 D，E をとり，AD と BE の交点を F とするとき，△ABFが二等辺三角形であることを下のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切なものを選び，その番号を答えなさい。



（証明）△ABE と△BAD において

共通な辺より　［ア］＝［イ］

正三角形 ABC の角より　［ウ］＝［エ］＝［オ］°

仮定より　AE＝BD

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△ABE≡△BAD

よって，∠ABE＝∠BAD

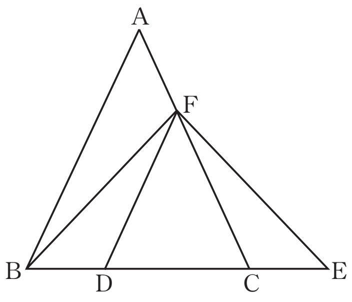
2 つの角が等しいので，△ABFは二等辺三角形である。

（選択肢）

①　45　②　60　③　90　④　AB　⑤　BC　⑥　BA　⑦　AC

⑧　∠ABD　⑨　∠ACD　⑩　∠BAE　⑪　∠ADB　⑫　∠BEA

［2］　右の図のように，AB＝ACの△ABCの辺BC上に点Dをとり，辺BCの延長上に，CE＝BDとなる点Eをとる。Dを通りABに平行な直線とACの交点をFとするとき，△FBEは二等辺三角形である。このことを，下のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切なものを選び，その番号を答えなさい。



（証明）△FBDと△FECにおいて

仮定より　BD＝EC　…①

平行線の［カ］は等しいから　∠FDC＝∠ABC

AB＝ACより二等辺三角形の［キ］は等しいから　∠ABC＝∠FCD

よって，［ク］＝［ケ］

2つの角が等しいので，△FDCは二等辺三角形である。

したがって，FD＝FC　…②

また，∠FDB＝180°－［ク］

　　　∠FCE＝180°－［ケ］

よって，∠FDB＝∠FCE　…③

①，②，③より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△FBD≡△FEC

よって，FB＝FE

したがって，△FBEは二等辺三角形である。

（選択肢）

①　錯角　　②　同位角　　③　2角　　④　底角　　⑤　∠FBD　　⑥　∠FCE

⑦　∠FDC　　⑧　∠FCD　　⑨　∠ABC

第２０講・三角形③ 直角三角形の証明問題

要点整理

１　直角三角形の合同条件

２つの直角三角形は，次の各場合に，合同である。

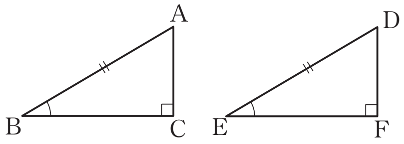
①　斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい。

②　斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい。

●直角三角形の合同条件

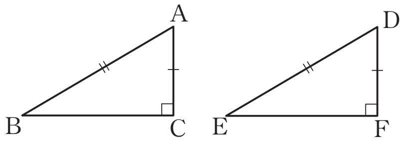
①　∠C＝∠F＝90°，

AB＝DE，∠B＝∠E



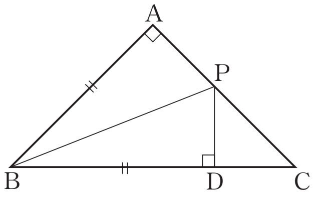
②　∠C＝∠F＝90°，

AB＝DE，AC＝DF



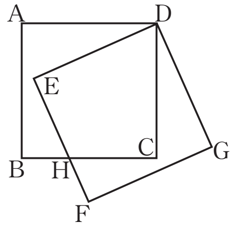
例題 1

右の図で，△ABC は AB＝AC の直角二等辺三角形である。辺 BC 上に，AB＝DB となるように点 D をとり，点 D で辺 BC にひいた垂線と辺 AC との交点を P とする。このとき，∠APB の大きさを求めよ。



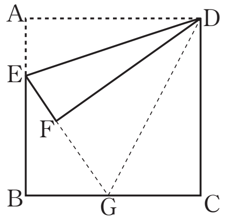
例題 2

右の図のように，合同な２つの正方形が点Ｄで重なっている。このとき，BH＝FH であることを証明しなさい。



例題 3

右の図のような正方形 ABCD の折り紙があり，辺 AB 上に点 E をとり，線分 DE で△AED を折り返すと A が F に移るとき，次の問いに答えなさい。



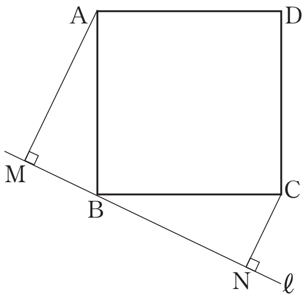
(1)　△DEF の辺の長さや角の大きさのうち，E の位置に関係なく常に一定の値をとるものを１つ書け。

(2)　EF の延長線と辺 BC の交点を G とするとき，△CDG ≡△FDG であることを証明せよ。

問題

20－1

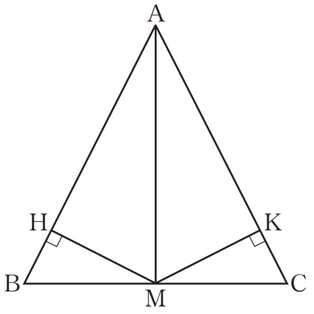
右の図のように，正方形 ABCD の頂点 A，C から，頂点 B を通る直線 ℓ にひいた垂線をそれぞれ AM，CN とするとき，AM＝BN であることを証明せよ。



＜ *Note* ＞

第20講・確認テスト

[1]　右の図のように，△ABC の辺 BC の中点 M から辺 AB, AC に下ろした垂線を MH，MK とする。MH＝MK ならば，AB＝AC であることを次のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切な選択肢を選び，その番号を答えなさい。



（証明）△MBH と△MCK において

仮定より　MB＝MC，MH＝MK，

[ア]＝[イ]＝[ウ]

直角三角形の[エ]がそれぞれ等しいので，

△MBH≡△MCK　　よって，[オ]＝[カ]

[キ]が等しいので，△ABC は二等辺三角形である。

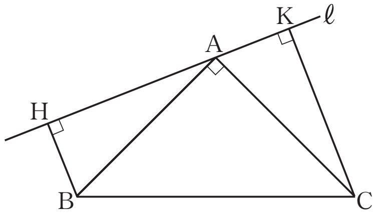
すなわち，AB＝AC

（選択肢）

①　60°　　②　90°　　③　∠MHB　　④　∠MBH　　⑤　∠MKC

⑥　∠MCK　　⑦　斜辺と１つの鋭角　　⑧　斜辺と他の１辺　　⑨　２角

[2]　AB＝AC の直角二等辺三角形 ABC の頂点 A を通る直線を ℓ とし，頂点 B，C から直線 ℓ に下ろした垂線を BH，CK とする。右の図のように，ℓ が△ABC の辺と交わらないとき，HK＝BH＋CK となる。このことを次のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切な選択肢を選び，その番号を答えなさい。



（証明）△ABH と△CAK において

仮定より　AB＝CA　…①，∠AHB＝∠CKA＝90°　…②

[ク]＝90°－[ケ]，[コ]＝90°－[ケ]

よって，[ク]＝[コ]…③

①，②，③より，直角三角形の[サ]がそれぞれ等しいので，

△ABH≡△CAK

よって，BH＝[シ]，[ス]＝CK

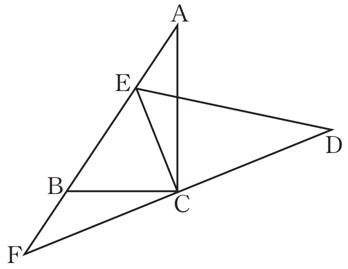
すなわち，HK＝[シ]＋[ス]＝BH＋CK

（選択肢）

①　AH　②　AK　③　∠ABH　④　∠BAH　⑤　∠CAK

⑥　∠CKA　⑦　∠BHA　⑧　斜辺と他の１辺　⑨　斜辺と１つの鋭角

［3］　右の図で，△ABC は∠ACB＝90°の直角三角形である。点 D は線分 AC の右側にあり，△ABC≡△DEC である。線分 AB と DC をそれぞれ延長した直線の交点を F とする。このとき，△ECF≡△ECD となることを次のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切な選択肢を選び，その番号を答えなさい。



（証明）△ECF と△ECD において

共通な辺より　EC＝EC　…①

仮定より　［セ］＝［ソ］＝90°　…②

［タ］≡［チ］より BC＝EC で，二等辺三角形の底角は等しいから

∠CBE＝［ツ］

また，対応する角は等しいから

∠CBE＝［テ］

よって，［ツ］＝［テ］…③

①，②，③より，１辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△ECF≡△ECD

（選択肢）

①　∠CED　②　∠CEF　③　∠ECD　④　∠ECF　⑤　△ABC

⑥　△DEC　⑦　△BCE　⑧　△BCF　⑨　△ECA

第21講・四角形①　平行四辺形

要点整理

1　平行四辺形

(1)　定義　**2組の向かい合う辺が，それぞれ平行である四角形**

(2)　性質　①　２組の向かい合う辺は，それぞれ等しい。

②　２組の向かい合う角は，それぞれ等しい。

③　対角線は，それぞれの中点で交わる。

(3)　平行四辺形になる条件

四角形は，次の条件のうちどれか１つが成り立てば，平行四辺形である。

①　２組の向かい合う辺がそれぞれ平行である。

②　２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい。

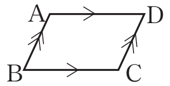
③　２組の向かい合う角がそれぞれ等しい。

④　対角線が，それぞれの中点で交わる。

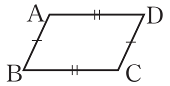
⑤　１組の向かい合う辺が平行で，その長さが等しい。

●平行四辺形になる条件

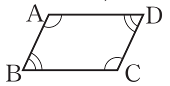
①AB∥DC,AD∥BC



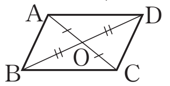
②AB=DC,AD=BC



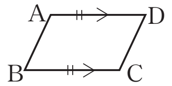
③∠A=∠C,∠B=∠D



④OA=OC,OB=OD

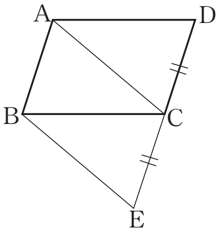


⑤AD∥BC,AD=BC



例題 1

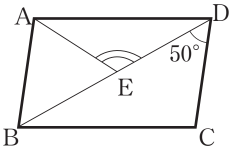
右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形である。辺 DC の延長上に，DC＝CE となる点 E をとるとき，四角形 ABEC は平行四辺形であることを証明しなさい。



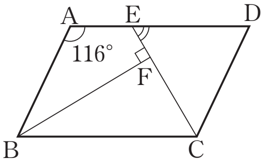
例題 2

次の問いに答えなさい。

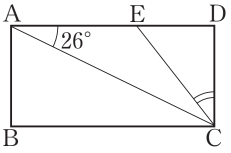
⑴　右の図のような平行四辺形 ABCD があり，点 E は対角線 BD 上の点で，AB＝BE である。∠BDC＝50° のとき，∠AED の大きさは何度か。



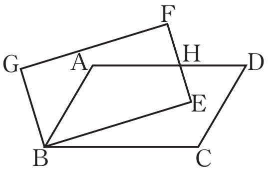
⑵　右の図で，E は平行四辺形 ABCD の辺 AD 上の点，F は線分 EC 上の点で，EC と BF は垂直，∠ABF＝∠FBC である。∠EAB＝116° のとき，∠DEF の大きさは何度か。



⑶　右の図で，四角形 ABCD は長方形，E は辺 AD 上の点で，AE＝EC である。∠EAC＝26° のとき，∠ECD の大きさは何度か。

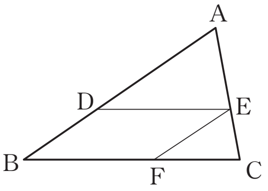


⑷　右の図のように，1 つの平面上に平行四辺形 ABCD と長方形 BEFG がある。辺 AD と辺 EF の交点を H とする。∠ABE＝41°，∠DHE＝69° のとき，∠BCD の大きさは何度か。



例題 3

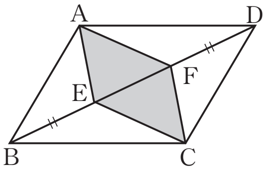
右の図のように，△ABC の辺 AB，AC 上に，それぞれ点 D，E を，DE//BC となるようにとる。点 E を通り，辺 AB に平行な直線と辺 BC との交点を F とする。AE＝DB のとき，∠EAF＝∠BAF であることを証明しなさい。



問題

21－1

右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形である。対角線 BD 上に，BE＝DF となる２点 E，F をとるとき，四角形 AECF は平行四辺形であることを証明しなさい。



21－2

次の㋐～㋕の条件のうち，四角形 ABCD が平行四辺形となるものをすべて選び，記号で答えなさい。ただし，㋕の O は，対角線 AC と BD との交点とする。

㋐ AD//BC，AB＝DC　㋑ AB//DC，AB＝DC　㋒∠A＝∠C，∠B＝∠D

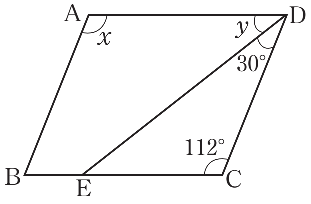
㋓∠A＋∠C＝∠B＋∠D＝180°　㋔ AC＝BD，AC ⊥ BD　㋕ OA＝OC，OB＝OD

＜ *Note* ＞

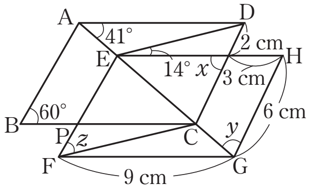
第21講・確認テスト

［1］　右の図の四角形 ABCD が平行四辺形であるとき，

$\angle x=$ [アイウ] 度，$\angle y=$ [エオ] 度である。



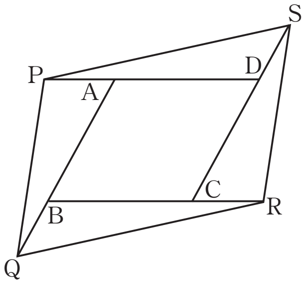
［2］　右の図の平行四辺形 EFGH は，平行四辺形 ABCD を対角線にそって平行移動したものである。次の問いに答えなさい。



(1)　$\angle x=$ [カキ] 度，$\angle y=$ [クケ] 度，$\angle z=$ [コサ] 度である。

(2)　線分 EP＝ [シ] cm, 線分 CP＝ [ス] cm である。

［3］　右の図のように，平行四辺形 ABCD の各辺の延長上に AP＝BQ＝CR＝DS となる点 P，Q，R，S をとる。このとき四角形 PQRS は平行四辺形であることを次のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切な選択肢を選び，その番号を答えなさい。



（証明）△PSD と△RQB において，

仮定より　DS＝BQ　…①

平行四辺形の向かい合う辺は等しいから　AD＝CB

仮定より　PA＝RC

[セ] ＝PA＋AD，[ソ] ＝RC＋CB

よって，[セ] ＝ [ソ]　…②

平行四辺形の向かい合う角は等しいから　∠ADC＝∠ABC

[タ] ＝180°－∠ADC，[チ] ＝180°－∠ABC

ゆえに，[タ] ＝ [チ]　…③

①，②，③より [ツ] がそれぞれ等しいので　△PSD≡△RQB

したがって，PS＝RQ

同様にして，[テ] ≡ [ト] より　PQ＝RS

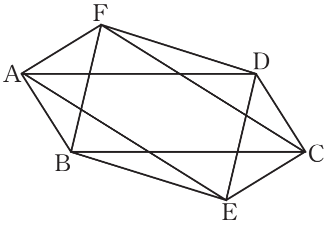
[ナ] がそれぞれ等しいので，四角形 PQRS は平行四辺形である。

（選択肢）

①　2辺とその間の角　②　2組の向かい合う辺　③　∠PDS　④　∠RBQ

⑤　△PQA　⑥　△RSD　⑦　△RSC　⑧　PD　⑨　RB

［4］　右の図で，四角形ABCD，四角形AECFは，頂点A，Cを共有する平行四辺形である。このとき，四角形BEDFが平行四辺形であることを，次のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切なものを選択肢から選び，その番号を答えなさい。ただし，**ネ**<**ノ**，**ハ**<**ヒ**とします。



（証明）［ニ］の中点をOとする。

平行四辺形ABCDで，［ヌ］ので，［ネ］＝［ノ］

平行四辺形AECFで同様に，［ハ］＝［ヒ］

四角形BEDFで，［フ］ので，四角形BEDFは平行四辺形である。

（選択肢）

①　AB　②　AE　③　AC　④　OB　⑤　OD　⑥　OE　⑦　OF

⑧　対角線はそれぞれの中点で交わる　⑨　対角線がそれぞれの中点で交わる

第２２講・四角形②　特別な平行四辺形

要点整理

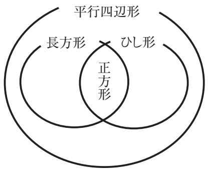
1　特別な平行四辺形

(1)　長方形の定義……４つの角がすべて等しい四角形

(2)　ひし形の定義……４つの辺がすべて等しい四角形

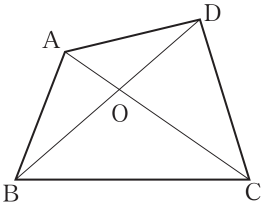
(3)　正方形の定義……４つの角がすべて等しく，４つの辺もすべて等しい四角形

●特別な平行四辺形



例題 1

右の図のような四角形 ABCD があり，対角線の交点を O とする。この四角形が平行四辺形になる条件を対角線の性質で示すと，OA＝OC，OB＝OD となる。これにならって，次の四角形になる条件を，それぞれ対角線の性質で表しなさい。

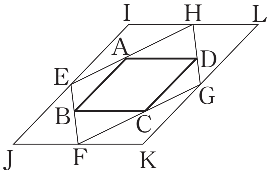


(1)　長方形

(2)　ひし形

(3)　正方形

例題 2



右の図のように，平行四辺形ABCDの各頂点を通り，∠ABE＝∠CBF，∠BCF＝∠DCG，∠CDG＝∠ADH，∠DAH＝∠BAEとなる四角形EFGHがある。また，四角形EFGHの各頂点を通り，IJ∥AB，LK∥AB，JK∥AD，IL∥ADとなる四角形IJKLがある。次の問いに答えなさい。

⑴　四角形EFGHがどんな四角形になるのかを，次のようにして求めた。

□に最も適する数，式，用語を入れよ。

∠ABC＝xとする。

∠ABE＝∠CBFより，∠ABE＝［ア］となる。

四角形ABCDは平行四辺形であるので，∠BAD＝［イ］となり，

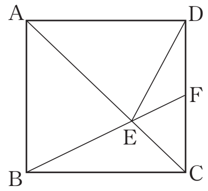
∠DAH＝∠BAEより, ∠BAE＝［ウ］となる。したがって，∠AEB＝［エ］となる。

同様にすると，∠BFC＝［オ］，∠CGD＝［カ］，∠DHA＝［キ］となるので,

四角形EFGHは［ク］となる。

⑵　四角形IJKLはどんな四角形になるか。

例題 3



右の図のように，正方形ABCDがあり，対角線AC上に点Eをとる。線分BEの延長と辺DCの交点をFとするとき，次の問いに答えなさい。

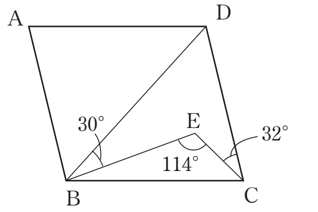
⑴　AB＝AEのとき，∠EDCの大きさを求めよ。

⑵　∠CFB＝∠ADEであることを証明せよ。

問題

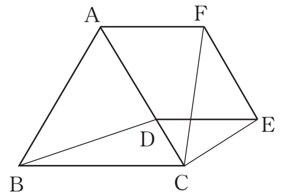
22－1

右の四角形 ABCD はひし形で，点 E は△DBC の内部の点である。∠DBE＝30°，∠BEC＝114°，∠DCE＝32° のとき，∠BDC，∠BAD の大きさを求めよ。



22－2

右の図のように，正三角形 ABC とひし形 ADEF がある。AF//BC で，点 D は辺 AC 上の点である。このとき，BD＝CF であることを証明しなさい。



＜ *Note* ＞

第22講・確認テスト

［1］　平行四辺形 ABCD において，対角線の交点を O とする。次のとき，平行四辺形はどんな四角形になるか。最も適切なものを選択肢から選び，その番号を答えなさい。

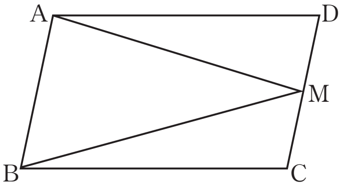
(1)　∠AOD＝90°のとき［ア］　　(2)　OA＝OBのとき［イ］

(3)　∠OAB＝∠OBA＝45°のとき［ウ］　　(4)　∠BAC＋∠ACB＝90°のとき［エ］

（選択肢）

①　長方形　　②　正方形　　③　台形　　④　ひし形　　⑤　平行四辺形

［2］　右の図の平行四辺形 ABCD において，辺 DC の中点を M とする。AM＝BM のとき，平行四辺形が長方形になることを次のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切な選択肢を選び，その番号を答えなさい。



（証明）△AMD と△BMC において

仮定より　DM＝［オ］

［カ］＝［キ］

平行四辺形 ABCD の向かい合う辺は等しいから　AD＝BC

3 辺がそれぞれ等しいので　△AMD≡△BMC

よって，∠ADM＝［ク］

また，AD//BC より　∠ADM＋［ク］＝180°

よって，2∠ADM＝［ケ］

∠ADM＝［コ］

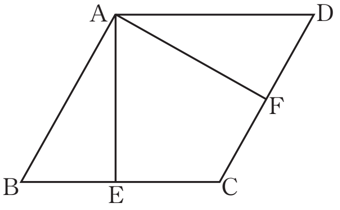
平行四辺形で，［サ］なので，平行四辺形 ABCD は長方形である。

（選択肢）

①　AM　　②　BM　　③　CM　　④　90°　　⑤　180°

⑥　∠BCM　　⑦　∠BMC　　⑧　1 つの角が直角　　⑨　4 つの角が直角

[3]　右の図の平行四辺形 ABCD において，点 A から辺 BC，DC に垂線を下ろし，そのときの交点をそれぞれ E，F とする。AE＝AF のとき，平行四辺形 ABCD がひし形であることを次のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切なものを選択肢から選び，その番号を答えなさい。



（証明）△ABE と△ADF において

仮定より　AE＝ シ …①

ス ＝ セ ＝90°　…②

平行四辺形 ABCD の向かい合う角は等しいから　ソ ＝ タ …③

②，③より， チ ＝ ツ …④

①，②，④より，1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△ABE≡△ADF

よって，AB＝ テ

平行四辺形で，となり合う辺が等しいので，平行四辺形 ABCD はひし形である。

（選択肢）

① AD　② AF　③ ∠ABE　④ ∠BAE　⑤ ∠ADF

⑥ ∠DAF　⑦ ∠AEB　⑧ ∠AFD　⑨ ∠AEC

第23講・平面図形総合①　平行線と面積・底辺比と面積

要点整理

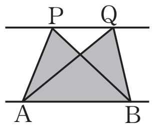
1　平行線と面積

1つの直線上の2点A，Bと，その直線に関して同じ側にある2点P，Qについて，

①　PQ//ABならば，△PAB＝△QABである。

②　△PAB＝△QABならば，PQ//ABである。

●平行線と面積

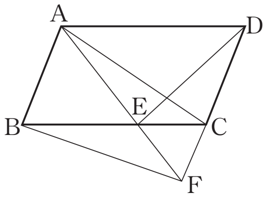


①　PQ//ABならば，
　△PAB＝△QAB

②　△PAB＝△QAB
　ならば，PQ//AB

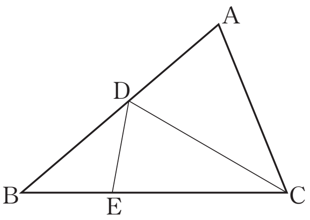
例題 1

右の図で，四角形ABCDは平行四辺形である。辺BC上に点Eをとり，AEの延長とDCの延長との交点をFとする。このとき，△DECと面積が等しい三角形を2つ書きなさい。



例題 2

右の図の△ABCで，点D，Eはそれぞれ辺AB，BC上にあり，AD：DB＝5：6，BE：EC＝1：2である。△ABCの面積が44cm^{2}のとき，△DECの面積を求めなさい。

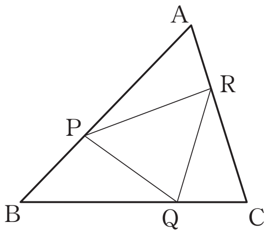


例題 3

右の図で，△ABCの辺AB，BC，CA上に，

$\frac{AP}{AB}=\frac{BQ}{BC}=\frac{CR}{CA}$ となるように点P，Q，Rをそれぞれとる。

$\frac{AP}{AB}=a$ とするとき，次の問いに答えなさい。



(1) $\frac{AR}{AC}$ を a の式で表せ。

(2) $a=\frac{5}{6}$ のとき，次の問いに答えよ。

　① △ABCと△APRの面積比を求めよ。

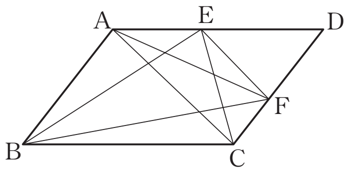
　② △ABCと△PQRの面積比を求めよ。

(3) △ABCと△PQRの面積比が3：1のとき，△APRの面積は，△ABCの面積の何分のいくつか。

問題

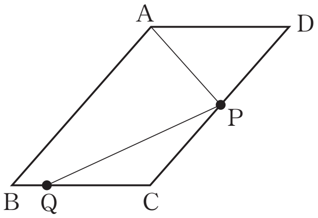
23－1

右の図で，四角形ABCDは平行四辺形である。点Eは辺AD上，点Fは辺CD上にあり，AC//EFである。このとき，△ABEと面積が等しい三角形を3つ書きなさい。



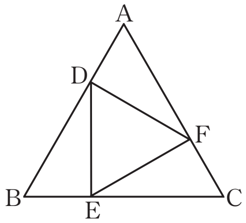
23－2

右の図で，四角形ABCDは，AB＝6cm，AD＝4cmの平行四辺形である。辺CD上に点P，辺BC上に点Qをとり，頂点Aと点P，点Pと点Qをそれぞれ結ぶ。DP＝3cm，BQ＝1cmのとき，四角形ABQPの面積は，平行四辺形の面積の何分のいくつか，求めなさい。



< *Note* >

第23講・確認テスト

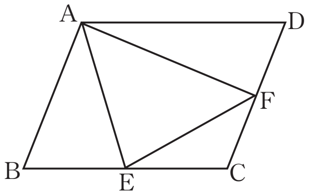


［1］ 右の図の△ABC で，AD：DB＝BE：EC＝CF：FA＝1：3 である。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) △DBE の面積は，△ABC の面積の $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}$ 倍である。

(2) △DEF と△ABC の面積の比は，［エ］：［オカ］である。

(3) △DEF と△ADF の面積の比は，［キ］：［ク］である。

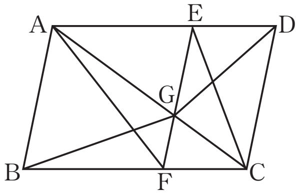


［2］ 右の図の平行四辺形 ABCD で，E，F はそれぞれ辺 BC，DC の中点である。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) △ABE の面積は，平行四辺形 ABCD の面積の $\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$ 倍である。

(2) △ECF の面積は，平行四辺形 ABCD の面積の $\frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}$ 倍である。

(3) △AEF と平行四辺形 ABCD の面積の比は，［ス］：［セ］である。



［3］ 右の図の平行四辺形 ABCD において，EF//AB であり，対角線 AC と線分 EF との交点を G とする。A～G のうちの 3 つを頂点とする三角形について，次の問いの空欄にあてはまるものを，下の選択肢から選び，その番号を答えなさい。ただし，これ以上の線はかき加えないものとする。

(1) △BFG と面積が等しい三角形は，番号の小さい順に［ソ］，［タ］，［チ］である。

(2) △ABF と面積が等しい三角形は，番号の小さい順に［ツ］，［テ］，［ト］，［ナ］である。

（選択肢）

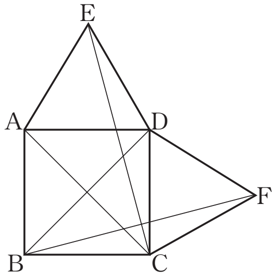
① △AFG　② △AGD　③ △ACE　④ △CEG　⑤ △DEG

⑥ △AFE　⑦ △ABG　⑧ △CDG

＜ *Note* ＞

第２４講・平面図形総合②　図形のいろいろな問題

例題 1



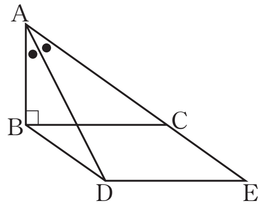
右の図のように，正方形ABCDの外部に辺AD，DCをそれぞれ１辺とする正三角形ADEと正三角形DCFがある。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　△EACにおいて，∠EACの大きさは何度か。

(2)　△EAC≡△FDBであることを証明せよ。

(3)　△ECDの面積をS，正方形ABCDの面積をTとする。このとき，SとTの比を最も簡単な整数の比で表せ。

例題 2



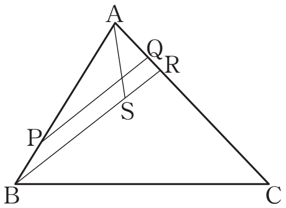
∠ABC＝90°である直角三角形ABCがある。いま，∠BACの二等分線と，点Bを通り，辺ACに平行な直線との交点をDとし，点Dを通り辺BCに平行な直線と辺ACの延長との交点をEとする。このとき，次の問いに答えなさい

(1)　△ABDはBA＝BDの二等辺三角形であることを証明せよ。

(2)　AB＝3cm，BC＝4cm，CA＝5cmのとき，四角形ABDEの面積を求めよ。

例題 3

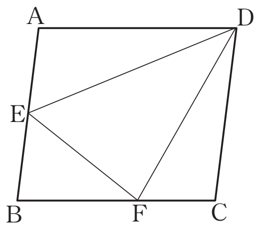
右の図で，△ABC の辺 AB，AC 上にそれぞれ点 P，Q を BP＝AQ となるようにとる。次に点 B を通り PQ に平行な直線をひき，AC との交点を R とする。さらに PQ＝BS となるように点 S を BR 上にとる。このとき，AS は∠BAC を 2 等分することを証明しなさい。



問題

24－1

　右の図のような平行四辺形 ABCD があり，点 E は辺 AB の中点である。点 F は辺 BC 上の点で，BF：FC＝3：2 である。平行四辺形 ABCD の面積が 70cm^2 であるとき，△DEF の面積を求めなさい。

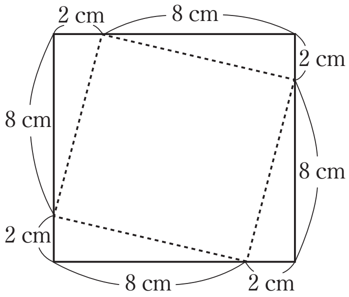


＜ *Note* ＞

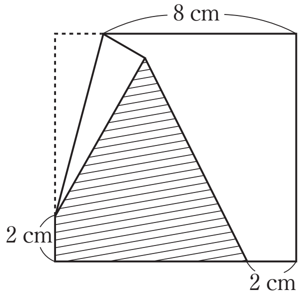
第24講・確認テスト

［1］　1辺10 cmの正方形の紙がある。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　右の図のように，点線を折り目とするような合同な三角形をつくり，４すみを折りたたんだとき，紙が重なっていない部分の面積は［アイ］cm^2である。



(2)　この正方形の１つのすみを，右の図のように内側に折りたたんだとき，斜線部分の面積は［ウエ］cm^2である。



< *Note* >

第５章　確率

第２５講・確率①　場合の数

要点整理

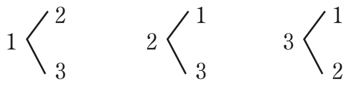
１　場合の数

(1)　あることがらの起こりうる場合が全部で n 通りあるとき，n を，そのことがらの起こる場合の数という。

(2)　起こりうるすべての場合を整理してかき出すとき，樹形図（じゅけいず）を用いるとよい。

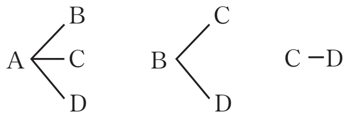
●樹形図

例１ ３つの数字１，２，３の中から異なる２つの数字を使って２けたの整数は何個できるか。



上の樹形図より，6通り

例２ ４つの文字Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄから２文字を選ぶとき，選び方は何通りあるか。



上の樹形図より，6通り

例題 1

０，１，２，３，４の５枚のカードがある。このカードのうち，２枚を並べてできる２けたの整数は全部で何個あるか求めなさい。また，そのうち，偶数は何個あるか求めなさい。

例題 2

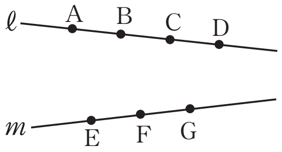
男子２人，女子３人の合計５人の中から２人の委員を選ぶとき，次の問いに答えよ。

(1)　２人の委員の選び方は全部で何通りか。

(2)　２人の委員が，男子１人，女子１人である選び方は全部で何通りか。

例題 3

右の図のように，直線 ℓ 上に４個の点 A，B，C，D があり，直線 m 上に３個の点 E，F，G がある。この７個の点から３個の点を選んで，その３点を頂点とする三角形をできるだけ多く作るとき，三角形は全部でいくつできるか。



問題

25－1

A，B，C，Dの４人が横一列に並ぶとき，AとBが隣り合わせにならない並び方は，何通りあるか。

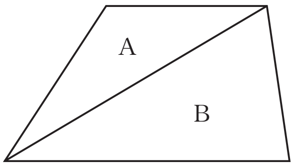
25－2

A，B，C，Dの４人が，それぞれ１つずつプレゼントを持って集まり，プレゼントの交換会を開くことになった。４人のプレゼントをいったん集めて，あらためて４人に１つずつ配ることにする。このとき，だれも自分が持ってきたプレゼントを自分で受け取ることがないような配り方は何通りあるか。

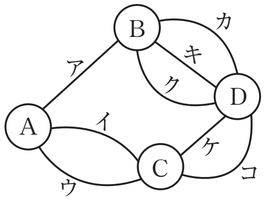
＜ *Note* ＞

第25講・確認テスト

[1]　右の図で，A，B の部分を赤，青，黄の３色のうち２色を使って塗り分けたい。塗り分け方は全部で［ア］通りである。



[2]　右の図で, A 地点から B 地点または C 地点を経由して, D 地点まで進む道のりは全部で［イ］通りである。



[3]　A，B，C，D の４人から次のように３人選ぶ。次の(1)，(2)のとき，選び方は全部で何通りあるか答えなさい。

(1)　班長，副班長，書記の３人の選び方は［ウエ］通りである。

(2)　掃除当番３人の選び方は［オ］通りである。

[4] 男子３人，女子２人を次のように一列に並べる。次の(1)，(2)のとき，並べ方は全部で何通りあるか答えなさい。

(1)　男女交互に並べる方法は［カキ］通りである。

(2)　女子２人がとなり合うように並べる方法は［クケ］通りである。

< *Note* >

第26講・確率②　カードの問題

要点整理

1　確率

(1)　あることがらの起こりやすさの度合いを表す数を，そのことがらの起こる**確率**（かくりつ）という。

(2)　確率の求め方

ある試みで，起こりうる場合が全部で n 通りあり，そのどれが起こることも同様に確からしいとする。そのうち，ことがらＡの起こる場合が a 通りであるとき，１回の試みでＡのことがらの起こる確率（p とする）は

$$p=\frac{a}{n}$$

となる。このとき，a の値の範囲は，$0 \leqq a \leqq n$ であるので，確率 p の値の範囲は，$0 \leqq p \leqq 1$ となる。

(3)　かならず起こることがらの確率は１であり，けっして起こらないことがらの確率は０である。

例題 1

1，2，3，4の4枚のカードがある。これらのカードから2枚のカードを順に取り出し，先にひいたカードの数字を a，後からひいたカードの数字を b とするとき，次の問いに答えなさい。

(1)　a を十の位の数，b を一の位の数とするとき，何通りの整数ができるか。

(2)　$a-b$ が負の数になる確率を求めよ。

例題 2

箱の中に，1，2，3，4，5の5枚のカードがある。この箱から2枚のカードを同時に取り出すとき，次の問いに答えなさい。

(1)　取り出し方は全部で何通りあるか答えよ。

(2)　2枚のカードに書かれている数字の和が3の倍数になる確率を求めよ。

(3)　2枚のカードに書かれている数字の積が奇数になる確率を求めよ。

例題 3

袋の中に 0, 1, 2, 3 の数字を 1 つずつ書いた 4 枚のカード[0], [1], [2], [3]が入っている。この袋の中からもとに戻すことなく 1 枚ずつ 3 回続けて取り出し，取り出した順に左から右に並べて整数をつくる。「[0][1][2]」のように並んだ場合は，「12」を表すものとする。このとき，100 以上の偶数ができる確率を求めなさい。

問題

26－1

数の書いてある５枚のカード[1]，[2]，[3]，[4]，[5]が箱に入っている。この箱から２枚のカードを同時に取り出すとき，取り出した２枚のカードに書いてある数の和が４の倍数である確率を求めなさい。

26－2

0，1，2，3，4，5 の数字が１つずつ書かれた６枚のカードから，同時に２枚を取り出すとき，取り出した２枚のカードに書かれている数の積が０となる確率を求めなさい。

第26講・確認テスト

［1］ 1，2，3，4 の4枚のカードから，まず1枚をひき，その数を十の位，カードを戻してもう一度ひいたカードの数を一の位の数とする。このとき，2けたの数が3の倍数になる確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}$ である。

［2］ 1，1，2，2，3，3 の6枚のカードが入っている袋から，カードを1枚ずつ取り出していく。そして，取り出したカードの数字の合計が初めて10以上となったとき作業は終了する。このとき，6枚目で終了する確率は $\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ である。ただし，取り出したカードはもとに戻さないものとする。

< *Note* >

第２７講・確率③ 硬貨の問題

例題 1

３枚の硬貨を同時に投げるとき，すべて裏になる確率を求めなさい。

また，３枚の硬貨を同時に投げるとき，少なくとも１枚は表が出る確率を求めなさい。

例題 2

コインを３回投げて，表が出ると，１回目は１点，２回目は２点，３回目は３点とし，裏が出たら－1点とする。このとき，次の問いに答えなさい。

⑴　表・裏の出方は全部で何通りあるか。

⑵　合計得点が２点以上になる確率を求めよ。

例題 3

5 円硬貨，10 円硬貨，50 円硬貨を 1 枚ずつ，3 枚同時に投げるとき，2 枚以上表になる確率を求めなさい。

また，表になった硬貨の金額の合計が 50 円以上になる確率を求めなさい。

問題

27－1

A，B，C の３枚の硬貨を同時に投げて，２枚以上が表となる確率を求めよ。

27－2

50 円，10 円，５円の硬貨が１枚ずつある。この３枚の硬貨を同時に投げるとき，表の出る硬貨の金額の合計が 15 円以上になる確率を求めなさい。

＜ *Note* ＞

第27講・確認テスト

[1]　10円玉，5円玉，1円玉が1枚ずつある。これを同時に投げるとき，次の問いに答えなさい。

(1)　表と裏の出方は全部で [ア] 通りである。

(2)　表が2枚で裏が1枚となる確率は $\dfrac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}$ である。

(3)　表が少なくとも1枚は出る確率は $\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ である。

[2]　10円玉が2枚，50円玉が1枚，100円玉が1枚ある。これらの硬貨を同時に投げたとき，表が出た硬貨の金額の和が，100円未満である確率は $\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ である。

< *Note* >

第２８講・確率④ 色玉の問題

例題 1

白玉３個と赤玉２個の入った袋がある。このとき，次の問いに答えなさい。

⑴　この袋から，玉を１個取り出すとき，それが白である確率を求めよ。

⑵　この袋から，玉を同時に２個取り出すとき，赤，白１個ずつである確率を求めよ。

例題 2

白玉２個，赤玉２個，青玉１個の入った袋がある。このとき，次の問いに答えなさい。

⑴　この袋から玉を１個取り出すとき，赤玉か青玉である確率を求めよ。

⑵　この袋から玉を同時に２個取り出すとき，白玉がふくまれる確率を求めよ。

例題 3

　袋の中に，赤玉，青玉，黒玉，白玉がそれぞれ1個ずつ入っている。この袋の中から玉を1個ずつ2個取り出し，取り出した順に並べる。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　玉の並び方は全部で何通りあるか。

(2)　取り出した2個の玉の中に，赤玉がふくまれる確率を求めよ。

問題

28－1

袋の中に，赤玉が3個，白玉が4個入っている。この中から同時に2個の玉を取り出すとき，次の問いに答えなさい。

⑴　全部で何通りの取り出し方があるか。

⑵　2個とも赤玉である確率を求めよ。

28－2

袋の中に，赤玉が3個，白玉が2個，青玉が1個入っている。この袋の中から，同時に2個の玉を取り出すとき，次の確率を求めなさい。

⑴　白玉がふくまれる確率

⑵　白玉か青玉かどちらか1つがふくまれる確率

< *Note* >

第28講・確認テスト

[1]　袋の中に，赤玉 2 個，白玉 2 個，青玉 1 個が入っている。この袋の中から 1 個ずつ順に 2 個取り出すとき，次の問いに答えなさい。

(1)　赤玉が 2 個になる確率は $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}$ である。

(2)　青玉がふくまれる確率は $\frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ である。

[2]　袋の中に，赤玉が 2 個，白玉が 4 個が入っている。これらをよくかき混ぜて同時に 2 個取り出すとき，次の問いに答えなさい。

(1)　赤玉が 2 個出る確率は $\frac{\boxed{カ}}{\boxed{キク}}$ である。

(2)　白玉が 2 個出る確率は $\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$ である。

(3)　赤玉が 1 個，白玉が 1 個である確率は $\frac{\boxed{サ}}{\boxed{シス}}$ である。

[3]　袋の中に 10 個の玉が入っていて，そのうち赤玉は 5 個，白玉は 4 個，青玉は 1 個である。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　この袋から玉を 1 個取り出すとき，白玉である確率は $\frac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}$ である。

(2)　1 個ずつ続けて 2 個の玉を取り出すとき，少なくとも 1 個が赤玉である確率は $\frac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}$ である。

< *Note* >

第29講・確率⑤ さいころの問題

例題 1

大小2つのさいころを同時に投げるとき，出る目の数の和が7になる確率を求めなさい。

例題 2

1つのさいころを2回投げるとき，1回目に出た目の数をa，2回目に出た目の数をbとして，一次方程式$ax=b$をつくる。このとき，方程式の解が整数となる確率を求めなさい。

例題 3

正十二面体のさいころが大小2つある。それぞれのさいころには，下のように目が書かれている。

3の目が1つ，2の目が2つ，1の目が2つ，0の目が2つ，
-3の目が1つ，-2の目が2つ，-1の目が2つ

2つのさいころを同時に1回だけ投げ，大きいさいころの目をx座標，小さいさいころの目をy座標とし，座標平面上に点をとる。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　点の座標が$(3,\ -1)$になる確率を求めよ。

(2)　直線$y=\frac{1}{3}x-2$上の点になる確率を求めよ。

問題

29－1

1個のさいころを2回投げ，最初に出る目の数をa，次に出る目の数をbとするとき，$a-b$が3以上になる確率を求めなさい。

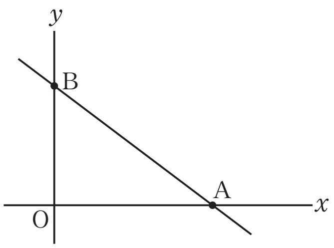
29－2

2つのさいころA，Bを同時に投げる。さいころAの出た目の数をa，さいころBの出た目の数をbとするとき，aを十の位の数字，bを一の位の数字とする2けたの自然数cをつくる。さいころAの出た目の数aが，2けたの自然数cの約数となる確率を求めよ。

＜ *Note* ＞

第29講・確認テスト

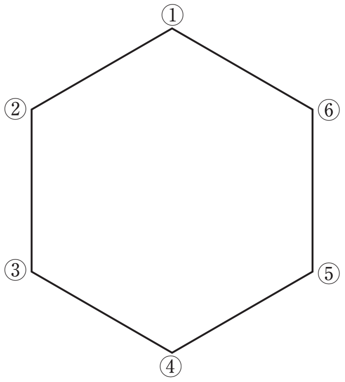
[1]　A，B2つのさいころを同時に投げて，出た目の数をそれぞれ a，b として，2点 A(a, 0)，B(0, b) をとる。また，点 O(0, 0) として，次の問いに答えなさい。



(1)　点 A，B を通る直線の傾きが−1となる確率は $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

(2)　△OAB の面積が2となる確率は $\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エオ}}$ である。

[2]　右の図のように，頂点に①～⑥までの番号をつけた正六角形がある。1個のさいころを続けて3回投げ，出た目と同じ番号の頂点を結んで図形をつくる。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　1点になる確率は $\frac{\boxed{カ}}{\boxed{キク}}$ である。

(2)　正三角形になる確率は $\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コサ}}$ である。

(3)　直角三角形になる確率は $\frac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$ である。

< *Note* >

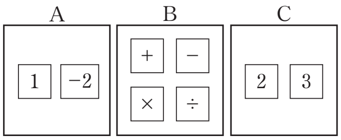
第30講・確率⑥ いろいろな確率の問題

例題 1

　$\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}\boxed{4}$の4枚のカードから3枚を取り出し，1列に並べて3けたの整数をつくるとき，それが3の倍数となる確率を求めなさい。

例題 2

　右の図のように，3つの箱A，B，Cがあり，Aの箱には1，-2の数字が1つずつ書かれた2枚のカードが，Bの箱には$+$，$-$，$\times$，$\div$の記号が1つずつ書かれた4枚のカードが，Cの箱には2，3の数字が1つずつ書かれた2枚のカードが入っている。A，B，Cの順にそれぞれの箱から1枚ずつカードを取り出し，取り出した順に左から並べて式をつくり，その計算結果をnとする。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　全部で何通りの式ができるか。

(2)　nが整数となる確率を求めよ。

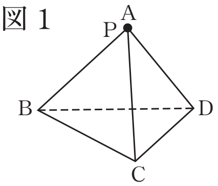
(3)　nが負の数となる確率を求めよ。

(4)　nが-4より小さくなる確率を求めよ。

例題 3

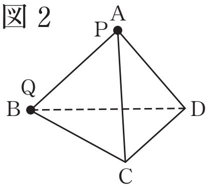
正四面体の頂点にある球が，１秒ごとに他の頂点に次々と移るコンピュータのプログラムをつくった。どの点に移動することも同様に確からしいとして，次の問いに答えなさい。

図１



⑴　図１の点Ｐが，１秒後に頂点Ｄにある確率を求めよ。

図２



⑵　図１の点Ｐが，３秒後に頂点Ｂにあるとき，その移り方は何通りあるか。

⑶　図２の点Ｐ，Ｑが，それぞれ同時にスタートして，１秒後に同じ頂点にある確率を求めよ。

問題

30－1

右の図のように1から6までのカードが1枚ずつ並んでいる。

2つのさいころを同時に投げて，出た目の数と同じ数が書かれたカードを取り除く。なお，同じ目が出た場合は，その目の数のカード1枚だけを取り除くことにする。このとき，残ったカードが次のような並び方になる確率を求めなさい。

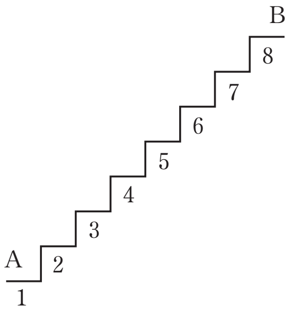
(1)　左端が1，右端が6となる確率

(2)　左端が2となる確率

< *Note* >

第30講 • 確認テスト

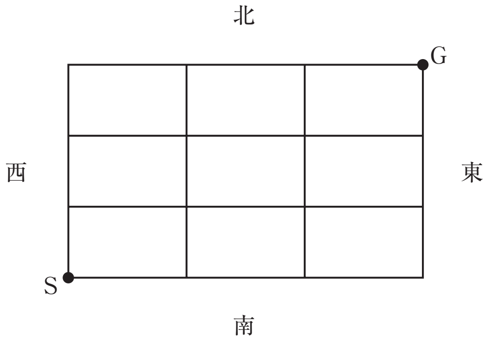
[1]　右の図のように，1〜8 までの番号がつけられた階段がある。A 君は 1 段目から自分の投げたさいころの目の数だけ階段を上り，B さんは 8 段目から自分の投げたさいころの目の数だけ階段を下りるものとする。2 人が同時に 1 回だけそれぞれさいころを投げるとき，次の問いに答えなさい。



(1)　2 人が同じ番号のついた段に立つ確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

(2)　A 君の位置が B さんの位置より上になる確率は $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エオ}}$ である。

[2]　右の図のようなマス目状の道がある。S 地点から G 地点までを最短距離で進むときの進み方は $\boxed{カキ}$ 通りである。



< *Note* >

テキスト解答

第１章　式の計算

第１講・式の計算①　文字式をつかった説明

例題 1

(1)　$5a-11b$　　(2)　$-x+8y-3$　　(3)　$6a-9b$　　(4)　$\dfrac{7x+4y}{12}$

解説

(1)　与式$=9a-3b-4a-8b$
$=5a-11b$

(2)　与式$=10x+4y-2-11x+4y-1$
$=-x+8y-3$

（符号に注意。）

(3)　与式$=(4a-6b)\times\dfrac{3}{2}$
$=4a\times\dfrac{3}{2}-6b\times\dfrac{3}{2}=6a-9b$

(4)　与式$=\dfrac{9x-6y-2x+10y}{12}=\dfrac{7x+4y}{12}$

例題 2

(1)　n を整数とすると，２つの連続した奇数は，$2n+1$，$2n+3$ と表されるから，
$(2n+1)+(2n+3)=4n+4=4(n+1)$
$n+1$ は整数なので，$4(n+1)$ は４の倍数である。したがって，２つの連続した奇数の和は，４の倍数になる。

（$2n-1$，$2n+1$として説明してもよい。）
（$4\times$(整数)の形にする。）

(2)　もとの整数の百の位，十の位，一の位の数字をそれぞれ a，b，c とすると，もとの整数は，$100a+10b+c$ と表され，百の位と一の位の数字を入れかえてできる整数は，$100c+10b+a$ と表されるから，$(100c+10b+a)-(100a+10b+c)=99c-99a=9(11c-11a)$ となり，$11c-11a$ は整数なので，$9(11c-11a)$ は９の倍数である。

1-1

(1)　$3x+y$　　(2)　$-5x$　　(3)　$4a-3b$　　(4)　$\dfrac{a+b}{12}$

1-2

(1)　ア……11，イ……$b=a+c$

(2)　『　　』内に示された３けたの自然数は，$100a+10b+c$ と表されるから，$b=a+c$ のとき，$100a+10b+c=100a+10(a+c)+c=110a+11c=11(10a+c)$ となり，$10a+c$ は整数だから，$11(10a+c)$ は 11 の倍数である。

第２講・式の計算②　乗除・指数の計算

例題 1

(1)　$-16b^2$　(2)　$-5y$　(3)　$-\frac{8}{27}x^6y^9$　(4)　$\frac{1}{2}x^2y$

解説

(1)　与式$=-\frac{12ab^2\times 4b}{3ab}=-16b^2$

$A\div B\times C=\frac{AC}{B}$である。

(2)　与式$=\frac{x^2y}{2}\times 4y^2\div\left(-\frac{2x^2y^2}{5}\right)$

$=-\frac{x^2y\times 4y^2\times 5}{2\times 2x^2y^2}=-5y$

まず，分母と分子に分ける。

$(A^2)^3=A^2\times A^2\times A^2=(AA)\times(AA)\times(AA)=A^6$ となる。一般に，$(A^m)^n=A^{mn}$ となる。

(3)　与式$=(-8x^3y^3)\times\frac{x^3y^6}{27}=-\frac{8}{27}x^6y^9$

(4)　与式$=\frac{x^6y^3}{8}\div\frac{9x^6y^4}{4}\times 9x^2y^2$

$=\frac{x^6y^3\times 4\times 9x^2y^2}{8\times 9x^6y^4}=\frac{1}{2}x^2y$

例題 2

(1)　$y=-\frac{2}{3}x+4$　(2)　$b=\frac{3c-a}{2}$　(3)　$b=\frac{ac}{a-c}$

解説

(1)　$2x$ を移項して，$3y=-2x+12$

両辺を 3 でわって，$y=-\frac{2}{3}x+4$

$y=\frac{-2x+12}{3}$でもよい。

(2)　左辺と右辺を入れかえて，$\frac{a+2b}{3}=c$

解く文字をふくむ項は左辺にもってくる。

両辺に 3 をかけて，$a+2b=3c$

$2b=3c-a$　　よって，$b=\frac{3c-a}{2}$

(3)　両辺に abc をかけて，$bc+ac=ab$ より，$ab-bc=ac$　左辺を b でくくって，$b(a-c)=ac$　よって，$b=\frac{ac}{a-c}$

2-1

(1)　$7x-9y-6$　(2)　18

2−2

(1)　$\boldsymbol{b=2a-5}$　　(2)　$\boldsymbol{\ell=\dfrac{2S}{n}-a}$　　(3)　$\boldsymbol{b=\dfrac{c-a}{a-1}}$

解説

(2)　両辺に 2 をかけて，$n(a+\ell)=2S$

両辺を n でわって，$a+\ell=\dfrac{2S}{n}$ より，$\ell=\dfrac{2S}{n}-a$

(3)　両辺に $b+1$ をかけて，$a(b+1)=b+c$ より，$ab-b=c-a$

左辺を b でくくって，$b(a-1)=c-a$　よって，$b=\dfrac{c-a}{a-1}$

第２章　連立方程式

第３講・連立方程式①　代入法・加減法

例題 1

(1) $x=-2,\ y=1$　　(2) $x=2,\ y=-3$

解説

(1) ①を②に代入して，

$3x-2(2x+5)=-8$

（yの代わりに$2x+5$を（ ）をつけて代入する。）

$3x-4x-10=-8$

$-x=2$

$x=-2$

$x=-2$を①に代入して，$y=1$

(2) ①×3＋②×2

$$\begin{array}{rl} & 15x+6y=12 \\ +) & 4x-6y=26 \\ \hline & 19x \quad\ =38 \end{array}$$

（yを消去した。）

（①×2−②×5をしてxを消去してもよい。）

$x=2$

$x=2$を①に代入して，$10+2y=4$より，$y=-3$

例題 2

(1) $x=3,\ y=2$　　(2) $x=1,\ y=2$

解説

(1) ①×5より，$4x-y=10$…①′

②×2より，$x+y=5$…②′

①′＋②′

$$\begin{array}{rl} & 4x-y=10 \\ +) & x+y=5 \\ \hline & 5x \quad =15 \end{array}$$

$x=3$

$x=3$を②′に代入して，$y=2$

（①，②に代入するより，①′，②′に代入した方が計算がらく。）

(2) ①×6より，$2x-3y=-4$…①′

②×10より，$5x-6y=-7$…②′

①′×2−②′

$$\begin{array}{rl} & 4x-6y=-8 \\ -) & 5x-6y=-7 \\ \hline & -x \quad =-1 \end{array}$$

$x=1$

$x=1$を①′に代入して，$y=2$

3-1

(1) $x=\dfrac{1}{3},\ y=\dfrac{3}{2}$　　(2) $x=-\dfrac{3}{2},\ y=2$

解説

(1) ②を①に代入して，$3x-2\left(-3x+\dfrac{5}{2}\right)+2=0$

$3x+6x-5+2=0$　　これを解いて，$x=\dfrac{1}{3}$

$x=\dfrac{1}{3}$を②に代入して，$y=-3\times\dfrac{1}{3}+\dfrac{5}{2}=\dfrac{3}{2}$

3-2

(1) $x=8,\ y=-10$　　(2) $x=8,\ y=2$

第4講・連立方程式②　解き方・整数の問題

例題 1

(1)　$\boldsymbol{x=2,\ y=6}$　　(2)　$\boldsymbol{x=6,\ y=4}$

解説

(1)　①より，$5(x+2)=4(y-1)$ これを整理して，$5x-4y=-14$…①′

①′＋②×2 より，$11x=22$　$x=2$，$y=6$

(2)　$\begin{cases} x+2y=3x-4 \\ x+2y=5y-6 \end{cases}$　$\begin{cases} x+2y=3x-4 \\ 3x-4=5y-6 \end{cases}$　$\begin{cases} x+2y=5y-6 \\ 3x-4=5y-6 \end{cases}$

の，どの組み合わせをつくっても解くことができる。

例題 2

$\boldsymbol{a=1,\ b=4}$

解説

$x=2$，$y=1$ を代入して，

$4a+b=8$，$-3b+2a=-10$

よって，$a=1$，$b=4$

例題 3

85

解説

もとの自然数の十の位の数字を x，一の位の数字を y とすると，もとの自然数は $10x+y$，それぞれの位の数字を入れかえてできる数は $10y+x$ と表されるから，

$x+y=13$…①，$\underline{10y+x=10x+y-27}$…②　①，②を連立方程式として解いて，$x=8$，$y=5$

↑（入れかえた数）＝（もとの数）－27

4－1

$\boldsymbol{a=-2,\ b=-1}$

解説

まず，①と④を連立方程式として解いて，$x=2$，$y=-3$ これらを②，③に代入して，

$2a-3b+1=0$…②′，

$4a+3b+11=0$…③′，

②′と③′を a，b の連立方程式として解いて，

$a=-2$，$b=-1$

4－2

72

解説

もとの十の位を x，一の位を y とすると，

$$\begin{cases} 10x+y=8(x+y) \\ 10y+x=10x+y-45 \end{cases}$$

これを解いて，$x=7$，$y=2$

第５講・連立方程式③ 速さに関する文章題

例題 1

$$\begin{cases} x+y=12 \\ \dfrac{x}{20}+\dfrac{12}{60}+\dfrac{y}{4}=1 \end{cases}$$

自転車…**11km**，歩き…**1km**

例題 2

A…**15km**　　B…**8km**

解説

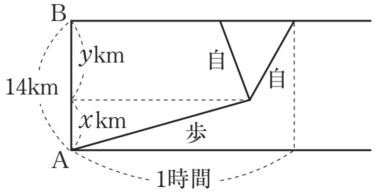
A は $x$km，B は $y$km 歩くとすると，距離の関係から，$x+y=23$，かかった時間の関係から，$\dfrac{x}{6}=\dfrac{30}{60}+\dfrac{y}{4}$

5－1

歩いた距離 **4km**，自動車に乗っていた距離 **10km**

解説

A 君の歩いた距離を $x$km，自動車に乗っていた距離を $y$km として，右図のようなダイヤグラムをかくと分かりやすい。



速さの問題は，ダイヤグラムをかくとわかりやすい。

距離の関係から，$x+y=14$……①

また，（A 君が歩いた時間）＋（A 君が自動車に乗っていた時間）＝（1 時間）

から，$\dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{50}=1$……②

①，②を連立方程式として解いて，$x=4$，$y=10$

5－2

9km

解説

P 地から減速した地点までを $x$km，減速した地点から Q 地までを $y$km とすると，

$$\begin{cases} \dfrac{x+y}{18}=\dfrac{20}{60}+\dfrac{x+y}{36} \\ \dfrac{y}{12}=\dfrac{y}{18}+\dfrac{5}{60} \end{cases}$$

より，$x=9$，$y=3$

第6講・連立方程式④ 割合・食塩水に関する文章題

例題 1

男子 187 人，女子 189 人

解説

4 月の自転車通学の男子 x 人，

女子 y 人とすると，4 月について，

$x+y=400$ ……①

5 月について，$\underline{1.05y}=\underline{0.85x}+2$……②

（$1.05y$：$y\times\left(1+\frac{5}{100}\right)$，$0.85x$：$x\times\left(1-\frac{15}{100}\right)$）

①，②を連立方程式として解いて，$\underline{x=220,\ y=180}$ ← 4 月の人数。

5 月の男子は，$220\times0.85=187$（人）

5 月の女子は，$180\times1.05=189$（人）

例題 2

$\boldsymbol{x=3,\ y=8}$

解説

右のような表をつくる。

食塩の量に注目すると，

$2x+3y=30$ ……①

また，y は x の 3 倍より 1 小さいことから，

$y=3x-1$ ……②

①，②を連立方程式として解いて，$x=3,\ y=8$

（濃度）	x%	y%	／	5%
（食塩水）	200g	300g	100g	600g
（食塩）	$200\times\frac{x}{100}$	$300\times\frac{y}{100}$	／	$600\times\frac{5}{100}$

水の中に食塩はない。

6−1

今年の男子…**414 人**

今年の女子…**506 人**

解説

昨年の男子 x 人，女子 y 人とすると，

$x+y=900$　……①

今年について，$0.9x+1.15y=920$　……②

①，②を連立方程式として解いて，$x=460$，$y=440$

今年の男子は，$460\times0.9=414$（人）

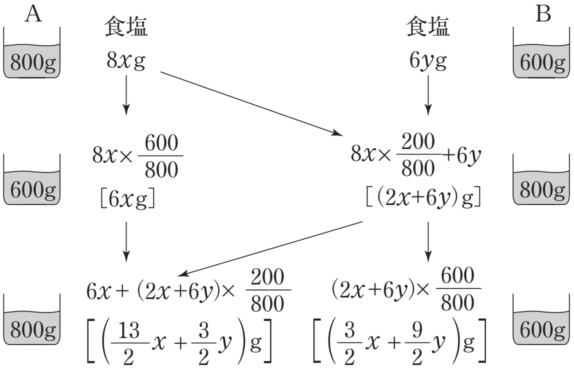
今年の女子は，$440\times1.15=506$（人）

6−2

$$\begin{cases} \frac{13}{2}x+\frac{3}{2}y=800\times\frac{4}{100} \\ \frac{3}{2}x+\frac{9}{2}y=600\times\frac{8.5}{100} \end{cases}$$

$x=\mathbf{2.5}$，$y=\mathbf{10.5}$

解説



第7講・連立方程式⑤ 整数に関する問題

例題 1

2通り

解説

50円の切手を x 枚，80円の切手を y 枚買うとすると，$50x+80y=1000$ が成り立つ。

これを x について解いて，$x=20-\frac{8}{5}y$

ここで，x，y は自然数だから，y は5の倍数で，適する x，y の値の組は，

$(x,\ y)=(12,\ 5)$，$(4,\ 10)$ の2組である。

$y \geqq 15$ では，x の値がマイナスになる。

例題 2

(1) **$100z+10y+x$**　(2) **$x=1,\ 2,\ 3$**

解説

(1) $1 \leqq x<y<z \leqq 9$ で，大きな位に大きな数がくればよいから，百の位に z，十の位に y，一の位に x がくる。

(2) もっとも小さい3けたの数は，$100x+10y+z$ だから，

$(100z+10y+x)-(100x+10y+z)=594$

左辺を整理すると，$99(z-x)$ より，$99(z-x)=594$

両辺を99でわって，$z-x=6$ より，$z=x+6$

$1 \leqq x<z \leqq 9$ より，$(x,\ z)=(1,\ 7)$，$(2,\ 8)$，$(3,\ 9)$

7-1

なし…**5個**，りんご…**8個**

解説

なし x 個，りんご y 個とすると，$200x+250y=3000$

これを x について解いて，$x=15-\frac{5}{4}y$

ここで，x，y は自然数だから，y は4の倍数，かつ $y \geqq 5$

よって，$y=8$，$x=5$ のみ

7−2

51

解説

もとの数の十の位を x，一の位を y とすると，

$$10x+y-(10y+x)=36$$

これを整理して，$x-y=4$

x，y はともに1けたの自然数だから，$x-y=4$ を満たす最小の x の値は5

第8講・連立方程式⑥ いろいろな連立方程式

例題 1

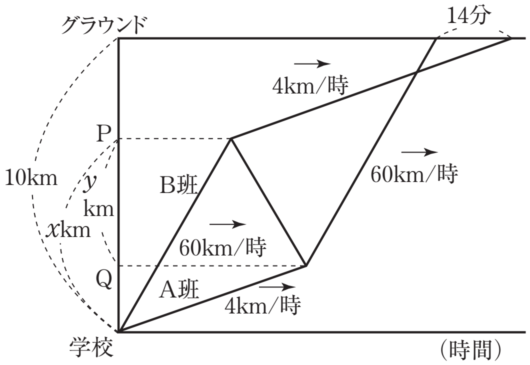
$x=8,\ y=7$

解説

（A班が学校からグラウンドまで行くのにかかった時間）＝（B班が学校からグラウンドまで行くのにかかった時間）−（14分）

（バスで学校からP地点まで行くのにかかる時間）＋（バスがP地点からQ地点まで引き返すのにかかる時間）＝（徒歩で学校からQ地点まで行くのにかかる時間）

$$\begin{cases} \dfrac{x-y}{4}+\dfrac{10-(x-y)}{60}=\dfrac{x}{60}+\dfrac{10-x}{4}-\dfrac{14}{60} \\ \dfrac{x}{60}+\dfrac{y}{60}=\dfrac{x-y}{4} \end{cases}$$



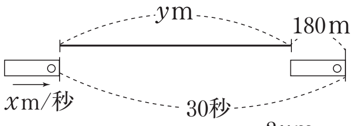
例題 2

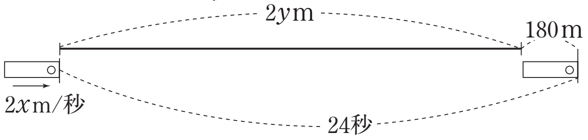
(1)　$y=30x-180$　　(2)　$y=24x-90$　　(3)　$x=15,\ y=270$

解説

(1)　下図をもとにして，$y+180=30x$

(2)　下図をもとにして，$2y+180=2x\times24$

(1) 

(2) 

(3)　(1)，(2)より　$30x-180=24x-90$　　$x=15$

例題 3

(1) $\begin{cases} 240y = x + 300 \\ 220y = x + 220 \end{cases}$

(2) $x = 660$, $y = 4$

解説

行列が解消したとき，それまでにチケットを購入した人数と，行列に加わっていた人数とが等しくなっている。

8－1

(1) $x = 64$, $y = 24$　(2) **50分で空になる。**

解説

(1) 排水管が1本のときは20分でタンクが満水になることから，

$400 + 20x - 20y = 1200$,

排水管が2本のときは50分でタンクが満水になることから，

$400 + 50x - 2y \times 50 = 1200$

(2) 排水管を3本とも開いたとき，1分あたりに入る水の量は，

$64 - 24 \times 3 = -8$,

水は減っていくから，$400 \div 8 = 50$(分) で空になる。

第３章　一次関数

第９講・一次関数①　グラフと変域

例題 1

(1)①　$y=-2x+8$　②　$y=\frac{3}{4}x-6$　(2)　$y=-3x+5$　(3)　$y=2x+2$

(4)　$y=3x+10$

解説

(1)①　2 点 (0，8)，(4，0) から傾きは -2 と，y 軸上の切片は 8 を読みとる。

②　2 点 (0，-6)，(12，3) から傾きは $\frac{3}{4}$ と，y 軸上の切片は -6 を読みとる。

(2)　$y=-3x+b$ とおいて，$x=2$，$y=-1$ を代入すると，$b=5$

一次関数はすべて $y=ax+b$ で表される。

(3)　$y=ax+2$ とおいて，$x=-3$，$y=-4$ を代入すると，$a=2$

(4)　$y=ax+b$ とおいて，$x=-3$，$y=1$ を代入すると，$1=-3a+b$……①，

$x=1$，$y=13$ を代入すると，$13=a+b$……②

①，②を連立方程式として解いて，$a=3$，$b=10$

例題 2

(1)　$p=-1$，$q=4$　(2)　$y=11$

解説

(1)　グラフは右下がりの直線で，$y=-2$ のとき $x=4$，$y=3$ のとき $x=-1$ となるから，x の変域は，$-1 \leqq x \leqq 4$ となる。

(2)　2 点 (0，1) と (10，26) を通る直線になるから，式は，$y=\frac{5}{2}x+1$

9－1

(1)①　$y=x+2$　②　$y=-\frac{1}{2}x+4$　(2)　$y=-2x+8$　(3)　$y=-x+2$

解説

(1)①　2 点 (-2，0)，(4，6) から傾きは 1，よって，点 (-2，0) から右へ 2，上へ 2 進むと y 軸上の切片になるので，切片は 2

②　2 点 (6，1)，(8，0) から傾きは $-\frac{1}{2}$，よって，点 (6，1) から左へ 6，上へ 3 進むと y 軸上の切片になるので，切片は 4

9−2

$a=-\frac{1}{2}$，　$b=\frac{3}{2}$

解説

グラフは右下がりの直線になるので，２点(1，1)，(3，0)を通る。

第10講・一次関数② グラフの交点

例題 1

(1)　$a=-5$　　(2)　(1, 5)　　(3)　$y=\frac{5}{3}x+\frac{10}{3}$

解説

(3)　A(−4, 0)より，AB=6　線分ABを3等分する点の座標は，(−2, 0)，(0, 0)である。よって，2点(−2, 0)，(1, 5)を通る直線の式を求める。

例題 2

(1)　$y=45x+225$　　(2)　8時5分

解説

(1)　2点(15, 900)，(35, 1800)を通る直線の式をつくる。$y=45x+225$（y軸上の切片が900とならないように。）

(2)　母親の動きを式に表すと，傾きが270で，点(20, 0)を通ることから，$y=270x-5400$となる。$y=45x+225$と$y=270x-5400$を連立方程式として解いて，（速さの問題をグラフ問題として解く。）
$x=25$　　よって，8時5分（7時40分から25分後。）

10−1

(1)　$A\left(-\frac{3}{2},\ 0\right)$，B (0, 3)　　(2)　$y=-x+9$　　(3)　(2, 7)　　(4)　$\frac{69}{2}$

解説

(1)　Aはy座標が0，Bはx座標が0である。

(2)　傾きが−1，y軸上の切片が9の直線である。

(3)　$2x-y+3=0$と$y=-x+9$を連立方程式として解く。（2直線の交点の座標は連立の解である。）

(4)　四角形BOCE=△ACE−△AOB$=\frac{1}{2}\times\frac{21}{2}\times7-\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times3=\frac{69}{2}$（△DOC−△DBEをしてもよい。）

10−2

(1)　$y=-3x+15$　　(2)　$\frac{18}{7}$kmの地点

解説

(1)　2点(2, 9)，(5, 0)を通る直線の式をつくる。

(2)　まず，交点のy座標を求める。$y=\frac{9}{4}x$と$y=-3x+15$を連立方程式として解いて，
$y=\frac{45}{7}$　　よって，$9-\frac{45}{7}=\frac{18}{7}$(kmの地点)

第11講・一次関数③ グラフと図形の問題

例題 1

(1)　$y=\frac{4}{5}x+8$　　(2)　1250cm²　　(3)　10000cm³

解説

(1)　２点(5，12)，(15，20)を通る直線の式をつくる。

(2)　図２より，５分後に石は水にすっかりつかる。そこで $5 \leqq x \leqq 15$ のとき，１ℓ ＝1000cm³ で，１分あたり $\frac{4}{5}$cm 上昇するので，(底面積)×$\frac{4}{5}$＝1000 より，(底面積)＝1250(cm²)

(3)　石の体積 Vcm³ と最初の５分間の水量を加えて高さが 12cm になっているので，

$V+1000\times5=1250\times12$　　$V=10000$(cm³)

例題 2

(1)　(8，5)　　(2)　$(2t+2,\ t+2)$　　(3)　$\frac{13}{2}$

解説

(1)　Q の x 座標も３で，Q は $y=x+2$ 上にあるから，$y=3+2=5$

PQ＝5 より，QR の長さも５　　よって，R(8，5)

(2)　Q の x 座標も t で，Q は $y=x+2$ 上にあるから，$y=t+2$

PQ＝$t+2$ より，QR の長さも $t+2$　　よって，R$(2t+2,\ t+2)$

(3)　(2)を利用して，$2t+2=15$ より　$t=\frac{13}{2}$

11－1

(1)　$y=7x-25$　　(2)　9時2分30秒　　9時8分20秒

解説

(1)　２点(5，10)，(15，80)を通る直線の式をつくる。

(2)　A の式は $y=4x$　　１回目は $0 \leqq x \leqq 5$ で，$y=4x$ に $y=10$ を代入して $x=\frac{5}{2}$(分)

２回目は $5 \leqq x \leqq 15$ で，$y=7x-25$ と $y=4x$ を連立方程式として解いて，$x=\frac{25}{3}$(分)

11－2

$\frac{7}{3}$

解説

Ｐのy座標をtとすると，Ｑ，Ｒのy座標もtであり，それぞれの式に代入して，Ｑ$(2t+4,\ t)$，$R(-t-4,\ t)$となる。QRの長さは，(Ｑのx座標)－(Ｒのx座標)より，

$2t+4-(-t-4)=15 \qquad t=\frac{7}{3}$

第１２講・一次関数④ 動点の問題

例題 1

(1)　**$0 \leqq x \leqq 4$，$y=4x$**　　(2)　**$4 \leqq x \leqq 12$，$y=16$**

(3)　**$12 \leqq x \leqq 16$，$y=-4x+64$**

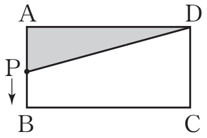
図１


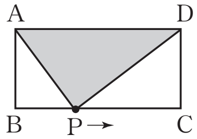
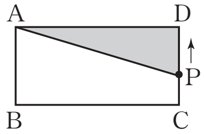
図２


図３


解説

(1)　図１を参考にして，$y=\frac{1}{2}\times \mathrm{AD}\times \mathrm{AP}=\frac{1}{2}\times 8\times x=4x$

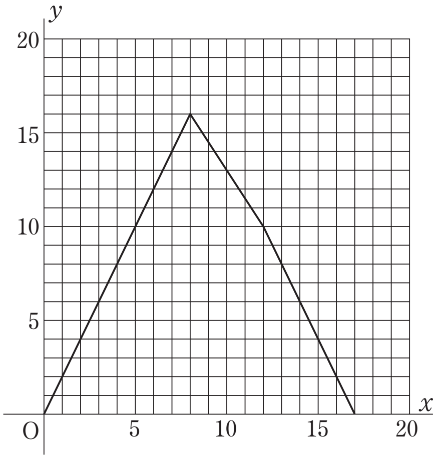
(2)　図２を参考にして，$y=\frac{1}{2}\times \mathrm{AD}\times \mathrm{AB}=\frac{1}{2}\times 8\times 4=16$

(3)　図３を参考にして，AB＋BC＋CP$=x$ より，$\mathrm{DP}=16-x$
　　（DP＝4＋8＋4－x）

よって，$y=\frac{1}{2}\times \mathrm{AD}\times \mathrm{DP}=\frac{1}{2}\times 8(16-x)=-4x+64$

例題 2

(1)　**$y=-\frac{3}{2}x+28$**　　(2)



(3)　**$-3 \leqq a \leqq \frac{13}{9}$**

解説

(1)　P が CD 上にあるとき，BC＋CP$=x$ より，CP$=x-8$，DP$=12-x$

△ABP＝ 四角形 ABCD－△BCP－△ADP

$=26-\frac{1}{2}\times 8(x-8)-\frac{1}{2}\times 5(12-x)=-\frac{3}{2}x+28$

(2)　$0 \leqq x \leqq 8$ のとき，$y=\frac{1}{2}\times x\times 4=2x$,

$8 \leqq x \leqq 12$ のとき，(1)より，$y=-\frac{3}{2}x+28$,

$12 \leqq x \leqq 17$ のとき，$y=\frac{1}{2}(17-x)\times 4=-2x+34$

(3)　傾きが最小になるのは原点 O を通るときであり，最大になるのは，点(8，16)を通るときである。

12－1

$y=-x+8$

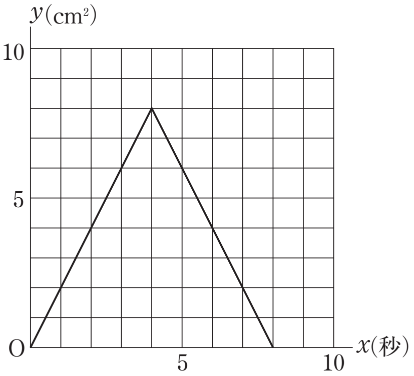
解説

点Pが復路にあるときだから，AB＋BP＝x となる。よって，AP＝$4\times2-x=8-x$

$y=\frac{1}{2}\times AP\times BC=\frac{1}{2}(8-x)\times2=-x+8$

12－2

(1)　4cm²　　(2)①　$y=2x$　　②



解説

(2)　①　点Pは辺BC上にある。$y=\frac{1}{2}\times x\times4=2x$

②　$0\leqq x\leqq4$ のとき，①より，$y=2x$，$4\leqq x\leqq8$ のとき，点PはCD上にある。△DBPの底辺を線分DPとしたとき，高さは辺BCの長さと等しくなる。BC＋CP＝x だから，DP＝$8-x$　　$y=\frac{1}{2}(8-x)\times4=-2x+16$

第13講・一次関数⑤ いろいろな一次関数の問題

例題 1

(1)　$\boldsymbol{a=-\frac{2}{3}}$　　(2)　$\boldsymbol{\frac{10}{3}}$

解説

(1)　長方形の面積を2等分する直線は，長方形の対角線の交点を通る。

(2)　右の長方形の対角線の交点の x 座標は2

これを $y=-\frac{2}{3}x+3$ に代入して，$y=\frac{5}{3}$　　Pの y 座標は，$\frac{5}{3}\times2=\frac{10}{3}$

例題 2

(1)　$\boldsymbol{y=-2x+10}$　　(2)　**6**

解説

(2)　Pは直線 $y=x+10$ 上の点だから，$\mathrm{P}(t,\ t+10)$ とおくと，$\mathrm{R}(t,\ 0)$

また，Qの y 座標は $t+10$ だから，$y=-2x+10$ に $y=t+10$ を代入して，$x=-\frac{t}{2}$

よって，$\mathrm{Q}\left(-\frac{t}{2},\ t+10\right)$　　$\mathrm{PR}=\mathrm{PQ}$ より，$t+10=-\frac{t}{2}-t$　　$t=-4$

1辺の長さは $\mathrm{PR}=6$

例題 3

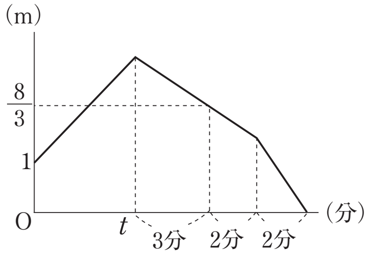
(1)　(ウ)　　(2)　$\boldsymbol{a=3,\ t=4}$

解説

(1)　まず給水管Aを開いて水位が上がる。t 分後に排水管Bを開いて，$a>2$ のときは水位が下がる。$(t+5)$ 分後，給水管Aを閉じるので，さらに激しく水位が下がる。以上より，(ウ)

(2)　はじめの水位は1m。水位はA管で $\frac{2}{3}$m／分上がり，B管で $\frac{a}{3}$m／分下がる。右のグラフで $(t+3)$ 分後の水位が $\frac{8}{3}$m だから，$1+\frac{2}{3}(t+3)-\frac{a}{3}\times3=\frac{8}{3}$…①

また，$(t+7)$ 分後の水位が0mだから，$1+\frac{2}{3}(t+5)-\frac{a}{3}\times7=0$…②　　①，②を連立方程式として解く。



13－1

(1)　$\boldsymbol{b=-4}$　　(2)　$\left(\boldsymbol{\frac{4}{3}},\ \boldsymbol{4}\right)$　　(3)　$\boldsymbol{a=-1}$

解説

(1)　$y=3x$ に $x=b$，$y=-12$ を代入すると，$-12=3b$，$b=-4$

(2)　$y=3x$ と $y=-3x+8$ を連立方程式として解くと，$x=\frac{4}{3}$，$y=4$　よって，$\left(\frac{4}{3},\ 4\right)$

(3)　B(1，3)より，BD＝3，3×DE＝12　DE＝4,

よって，C(5，3)

$y = ax+8$ に $x=5$，$y=3$ を代入して，$a=-1$

第４章　平行図形

第１４講・平行線と角①　平行線と三角形

例題 1

(1)　**$\angle x=85^\circ$**　(2)　**$\angle x=55^\circ$**　(3)　**$\angle x=76^\circ$**

解説

(1)　$\angle x=180^\circ-(45^\circ+50^\circ)=85^\circ$

(2)　$\angle x=40^\circ+(35^\circ-20^\circ)=55^\circ$

(3)　$\angle x=30^\circ+(180^\circ-164^\circ+30^\circ)=76^\circ$

例題 2

(1)　**$\angle x=76^\circ$**　(2)　**$\angle x=33^\circ$　$\angle y=61^\circ$**　(3)　**$\angle x=66^\circ$**

解説

(1)　2(○＋×)＝180° より，○＋×＝90°　また，●＋×＝180°－(38°＋90°)＝52°

$\angle x$＝180°－2(●＋×)＝180°－104°＝76°

(2)　$x+28=y$，$x+y=94$ を連立させて解く。

(3)　100°＋○＋×＝134° より，○＋×＝34°　x＝100°－(○＋×)＝100°－34°＝66°

14－1

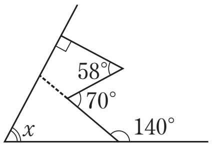
(1)　**$\angle x=105^\circ$**　(2)　**$\angle x=125^\circ$**　(3)　**$\angle x=62^\circ$**

解説

(1)　ℓ，m に平行な補助線をひく。$\angle x=(70^\circ-45^\circ)+80^\circ$

(2)　ℓ，m に平行な補助線をひく。$\angle x=(65^\circ-40^\circ)+100^\circ$

(3)　右図のような補助線を１本入れて，四角形の内角の和で考える。



14－2

(1)　**$\angle x=58^\circ$**　(2)　**$\angle x=64^\circ$**　(3)　**$\angle x=58^\circ$**

解説

(2)　●＋32°＝○より，○－●＝32°

ここで，$\angle x$＋2●＝2○より，$\angle x$＝2(○－●)＝64°

(3)　ブーメラン型の図形だから，○＋×＋96°＝134° より，○＋×＝38°

$\angle x$＋○＋×＝96° より，$\angle x$＝96°－(○＋×)＝58°

第１５講・平行線と角②　多角形の角

例題 1

(1)　**144°**　　(2)　**$n=12$**　　(3)①　**$\angle x=145°$**　　②　**$\angle x=105°$**

解説

(1)　1つの外角が $360°\div10=36°$ より，1つの内角は $180°-36°=144°$

(2)　1つの外角は $180°\times\frac{1}{6}=30°$ より，$n=360°\div30°=12$

(3)　①　外角の和は 360° より，$(180°-\angle x)+90°+80°+45°+110°=360°$

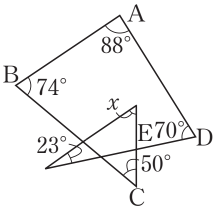
②　2●＋2○＋90°＋120°＝360° より，●＋○＝75°

$\angle x=180°-$(●＋○)＝105°

例題 2

(1)　**$\angle x=40°$**　　(2)　**$\angle x=55°$**

解説



(1)　AとDを結ぶ。5つの角の和は，△ADEの内角の和の 180° になる。

(2)　CとDを結ぶ。6つの角の和は，四角形ABCDの内角の和の 360° になる。

例題 3

(1)　**540°**　　(2)　**360°**

解説

(1)　求める角の和を a とすると，外側の7個の三角形の内角の和は，〔内側の七角形の外角の和の2倍〕$+a$ になるので，

$360°\times2+a=180°\times7$　　$a=540°$

(2)　求める角の和を p とすると，外側の3個の三角形の内角の和について，

$p+180°=180°\times3$　　$p=540°-180°=360°$

15－1

⑴　**900°**　⑵　**正八角形**　⑶　**35 本**　⑷　**540°**

解説

⑴　180°×(7－2)＝900°

⑵　外角の和は 360° だから，360°÷45°＝8

⑶　1 つの頂点から 7 本の対角線がひけるから，7×10÷2＝35(本)

（対角線：n角形の対角線の本数は，$\frac{n(n-3)}{2}$本）

⑷　A と E を結ぶ。求める和は五角形 ABCDE の内角の和になる。

15－2

⑴　**∠x＝34°**　⑵　**∠x＝56°**

解説

⑴　三角形の外角の性質を利用して角を移動させていくと，合計が三角形の内角の和に等しくなる。

⑵　180°×(5－2)＝540°　540°÷5＝108°

180°－(20°＋108°)＝52°　∠x＝180°－(72°＋52°)＝56°

第16講・図形と合同① 三角形の合同の証明

例題 1

㋐　BCD　　㋑　AB　　㋒　CBD　　㋓　２辺とその間の角

例題 2

(1)　㋐　BCD　　㋑　CE　　㋒　ACD　　㋓　BCD　　㋔　２辺とその間の角

(2)　120°

解説

(2)　(1)の結果より，$\angle CAE = \angle CBD$ から，

$\angle BPE = \angle BAP + \angle ABP = \angle BAC + \angle CAE + \angle ABP = \angle BAC + \angle ABC = 120^\circ$

例題 3

証明　$\triangle ABE$ と $\triangle CD'E$ において，

仮定より，$AB = CD = CD'$ …①

$\angle B = \angle D = \angle D'$ …②

対頂角は等しいから，$\angle AEB = \angle CED'$ …③

三角形の内角の和は 180° だから，②，③より，$\angle BAE = \angle D'CE$…④

①，②，④より，１辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，

$\triangle ABE \equiv \triangle CD'E$

16−1

(1)　証明　$\triangle BCF$ と $\triangle DCE$ において，

仮定より，$CF = CE$…①

四角形 ABCD は正方形だから，$BC = DC$…②

また，$\angle BCF = 90^\circ - \angle FCD$

$\angle DCE = 90^\circ - \angle FCD$

よって，$\angle BCF = \angle DCE$…③

①，②，③より，２辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

$\triangle BCF \equiv \triangle DCE$

(2)　45°

解説

(2)　$\angle DEF = \angle CED - \angle CEF = \angle CFB - \angle CEF = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

第１７講・図形と合同②　合同を利用した証明問題

例題 1

証明　△BCEと△DCFにおいて，仮定より，CE＝CF…①　四角形ABCDは正方形だから，BC＝DC…②　∠BCE＝∠DCF＝90°…③
①，②，③より，２辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△BCE≡△DCF
よって，∠BEC＝∠DFC
対頂角は等しいから，∠BEC＝∠DEG
したがって，∠DEG＝∠DFC

例題 2

証明　△PBCと△RACにおいて，△ABC，△RPCはともに正三角形だから，
BC＝AC…①　PC＝RC…②　∠PCB＝60°－∠ACP，∠RCA＝60°－∠ACP
よって，∠PCB＝∠RCA…③
①，②，③より，２辺とその間の角がそれぞれ等しいから，△PBC≡△RAC
よって，PB＝RA
また，△QBPは正三角形なので，PB＝PQ
したがって，PQ＝RA

例題 3

証明　△PBCと△PDCで，BC＝DC…①　PC共通…②　∠BCP＝∠DCP＝45°…③
①，②，③より，２辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△PBC≡△PDC
よって，∠PBC＝∠PDC…④
△BCMと△ADMで，
BC＝AD…⑤　CM＝DM…⑥　∠BCM＝∠ADM＝90°…⑦
⑤，⑥，⑦より，２辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△BCM≡△ADM
よって，∠BMC＝∠AMD…⑧
ここで，∠PBC＋∠BMC＝90°…⑨
④，⑧，⑨より，∠PDC＋∠AMD＝90°
よって，△DMQの内角を考えることより，AM⊥DP

17－1

証明　△ABP と△ADP において，

AB＝AD…①　∠BAP＝∠DAP＝45°…②　AP は共通…③

①，②，③より，２辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

△ABP≡△ADP より，

∠PBA＝∠PDA

AB∥DC より，∠PBA＝∠CMB

よって，∠CMB＝∠PDA

第18講・三角形①
二等辺三角形の性質

例題 1

(1)　$\angle x=69°$　(2)　$\angle x=40°$　(3)　$\angle x=36°$

解説

(1)　$\angle DBC=(180°-32°)\div 2\div 2=37°$　$\angle x=\angle C+\angle DBC=32°+37°=69°$

(2)　$\angle ACB=120°-40°=80°$，$\angle BAC=180°-80°\times 2=20°$

$\angle x=180°-(20°+120°)=40°$

(3)　$\angle ACD=\angle ADC=2x$　△ABC の内角の和は $5x$ になる。

例題 2

(1)　69°　(2)　42°

解説

(1)　$\angle ABD=180°-83°\times 2=14°$　$\angle BAC=180°-14°\times 2=152°$

$\angle DAC=152°-83°=69°$

(2)　$\angle EBC=180°-60°-72°=48°$　$\angle ABG=90°-48°=42°$

例題 3

(1)　証明　**△ABE と△ACD において，**

仮定より，AB＝AC…①　AE＝AD…②　∠A は共通…③

①，②，③より，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

△ABE ≡△ACD

(2)　15°　(3)　2cm

解説

(2)　AB＝AC より，$\angle ABC=\angle ACB$　(1)の結果より，$\angle ABE=\angle ACD$

よって，$\angle FBC=\angle FCB$ より FB＝FC

これと $\angle BFC=60°$ より，△FBC は正三角形

以上より，$\angle ABE=75°-60°=15°$

(3)　△ABF で，$\angle ABF=\angle BAF=15°$

よって，BF＝AF だから，AF＝2(cm)

18－1

(1)　**105°**　　(2)　**18°**

解説

(2)　∠XOY$=x$とすると，∠BAC$=2x$　∠DBC$=3x$　∠DCX$=4x=72°$

18－2

(1)　**48°**　　(2)　**47°**

解説

(1)　∠DEB＝60°，∠ABC＝36°より，∠ACB＝(180°－36°)÷2＝72°

また，∠FEC＝60°　よって，∠EFC＝48°

(2)　∠ABE＝(180°－34°)÷2－60°＝13°　よって，∠BDC＝60°－13°＝47°

第19講・三角形② 二等辺三角形の証明問題

例題 1

証明　EF//BC より，∠BDE＝∠DBC…①　　仮定より，∠DBC＝∠EBD…②
①，②より，∠BDE＝∠EBD　　したがって，ED＝EB…③
同様にして，FD＝FC…④
③，④より，EF＝ED＋FD＝EB＋FC

解説

平行線の錯角は等しいことを利用する。平行であれば，錯角，同位角がそれぞれ等しい。

例題 2

証明　△DAP≡△DCQ より，∠ADP＝∠CDQ
また，∠PDR＝∠CDR
よって，∠ADR＝∠ADP＋∠PDR＝∠CDQ＋∠CDR＝∠QDR…①
また，AD//BC より∠ADR＝∠QRD…②
①，②より，∠QDR＝∠QRD
よって，2角が等しいから，△QDR は二等辺三角形である。

例題 3

(1)　75°

(2)　証明　折り返した角だから，∠ABC＝∠ABD…①
BD//CA より，∠ ABD＝ ∠ BAC…②
①，②より，∠ABC＝∠BAC
2つの角が等しい三角形だから，△ABC は二等辺三角形である。

(3)　∠ABD＝45°　　△ABC＝2cm^2

解説

(3)　AC を底辺とすると高さはつねに 2cm だから，△ABC＝$\frac{1}{2}$×AC×2＝AC
また AC＝BC だから，BC の長さが最短のとき△ ABC の面積は最小になる。
BC が最短になるのは BC ⊥ AC のとき。∠ABD＋∠ABC＝90° より∠ABD＝45°
$\frac{1}{2}\times2\times2=2$(cm^2)

19－1

b*＋*c*－*a

解説

△BAP≡△BRP，△CAQ≡△CSQ だから，

BR＝BA＝c，CS＝CA＝b

RS＝BR＋CS－BC＝$b+c-a$

第20講・三角形③ 直角三角形の証明問題

例題 1

67.5°

解説

△APB と△DPB は，斜辺と他の一辺がそれぞれ等しいので合同。

∠ABP＝∠DBP＝22.5°　　90°－22.5°＝67.5°

例題 2

証明　D と H を結ぶ。

△DEH と△DCH において，正方形の性質より，

∠DEH＝∠DCH＝90°…①　DE＝DC…②　また，DH は共通…③

①，②，③より，直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいから，

△DEH ≡△DCH

よって，CH＝EH…④

また，合同な正方形の辺より，BC＝FE…⑤

④，⑤より，BC－CH＝FE－EH

したがって，BH＝FH

例題 3

(1)　辺 DF の長さ（または，∠ EFD の大きさ）

(2)　証明　△CDG と△FDG において，

CD＝FD…①　DG は共通…②　∠DCG＝∠DFG＝90°…③

①，②，③より，直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいから，

△CDG ≡△FDG

20－1

証明　△AMB と△BNC において，∠AMB＝∠BNC＝90°…①

四角形 ABCD は正方形だから，AB＝BC…②　∠ABM＋∠CBN＝90°

また，∠BCN＋∠CBN＝90°

よって，∠ABM＝∠BCN…③

①，②，③より，直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいから，

△AMB ≡△BNC

よって，AM＝BN

第21講・四角形① 平行四辺形

例題 1

証明　四角形 ABCD は平行四辺形だから，
AB//CE…①　　AB＝DC＝CE…②
①，②より，１組の向かい合う辺が平行で，その長さが等しいので，四角形 ABEC は平行四辺形である。

例題 2

(1)　115°　　(2)　58°　　(3)　38°　　(4)　118°

解説

(4)　四角形 ABEH の内角の和から∠A＝118° となり，∠BCD＝∠A＝118°

例題 3

証明　仮定より AE＝DB
また，四角形 DBFE は平行四辺形だから，DB＝EF
よって，AE＝EF となり，△ AEF は二等辺三角形であるから，
∠ EAF＝ ∠ EFA…①
また，AB//EF から，∠BAF＝∠EFA…②
①，②より，∠EAF＝∠BAF

21－1

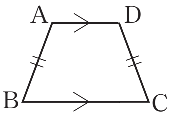
証明　対角線 BD と AC の交点を O とすると，
平行四辺形の性質より，OA＝OC…①　　OB＝OD…②
仮定の BE＝DF と②から，OE＝OF…③
①，③より，四角形 AECF は対角線がそれぞれの中点で交わるので，平行四辺形である。

21−2

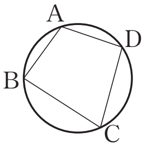
㋑，㋒，㋕

解説

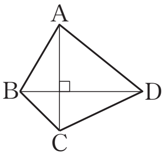
㋐の場合



㋓の場合



㋔の場合



上のように，平行四辺形にならない場合がある。

第２２講・四角形②　特別な平行四辺形

例題 1

(1)　OA＝OB＝OC＝OD　(2)　OA＝OC，OB＝OD，AC ⊥ BD

(3)　OA＝OB＝OC＝OD，AC⊥BD

解説

(1)　2 本の対角線の長さが等しい平行四辺形は長方形になる。

(2)　2 本の対角線が垂直に交わる平行四辺形はひし形になる。

例題 2

(1)　ア　$\frac{1}{2}(180^\circ - x)$　　イ　$180^\circ - x$　　ウ　$\frac{1}{2}x$　　エ　90°

オ　90°　　カ　90°　　キ　90°　　ク　長方形

(2)　ひし形

解説

(2)　△IEH，△JFE，△KGF，△LHG はすべて二等辺三角形であり，

△IEH≡△ KGF，△ JFE≡△ LHG となるから，IJ＝JK＝KL＝LI

例題 3

(1)　22.5°

(2)　証明　AB//DC より，∠CFB＝∠ABE…①

また，△ABE と△ADE で，

AB＝AD…②　AE＝AE…③，∠BAE＝∠DAE…④

②，③，④より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

△ABE ≡△ADE

よって，∠ ABE＝∠ADE…⑤

①，⑤より，∠CFB＝∠ADE

解説

(1)　AB＝AE＝AD，∠BAE＝∠EAD＝45° より，∠ADE＝(180° −45°) ÷ 2＝67.5°

よって，∠EDC＝90° −67.5° ＝22.5°

22−1

∠BDC＝52°，∠BAD＝76°

解説

∠BDC＝114°−(30°＋32°)＝52°，∠ABD＝∠ADB＝∠BDC＝52°より，
∠BAD＝180°−52°×2＝76°

22−2

証明　**△ABDと△ACFで，仮定より，AB＝AC…①，AD＝AF…②**
∠BAD＝60°，∠CAF＝∠ACB＝60°より，∠BAD＝∠CAF…③，
①，②，③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，
△ABD≡△ACF
よって，BD＝CF

第23講・平面図形総合① 平行線と面積・底辺比と面積

例題 1

△AEC，△BFE

解説

AD//BC より△DEC＝△AEC　　よって，△AEC＝△BFE

例題 2

16cm²

解説

高さの等しい三角形では，底辺の比がそのまま面積の比になる。

$$\triangle\mathrm{DEC}=\triangle\mathrm{DBC}\times\frac{2}{3}=\underline{\triangle\mathrm{ABC}\times\frac{6}{11}}\times\frac{2}{3}=44\times\frac{6}{11}\times\frac{2}{3}=16(\mathrm{cm}^2)$$

（下線部）← △DBC

例題 3

(1) **$1-a$**　　(2) ① **36：5**　　② **12：7**　　(3) **$\frac{2}{9}$**

解説

(1) $\frac{\mathrm{CR}}{\mathrm{CA}}=a$ より，$\frac{\mathrm{AR}}{\mathrm{AC}}=\frac{\mathrm{CA}-\mathrm{CR}}{\mathrm{CA}}=1-a$

(2) ②　$\triangle\mathrm{APR}=\triangle\mathrm{BQP}=\triangle\mathrm{CRQ}=\triangle\mathrm{ABC}\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{5}{36}\triangle\mathrm{ABC}$ だから，

$\triangle\mathrm{ABC}:\triangle\mathrm{PQR}=1:\left(1-\frac{5}{36}\times3\right)=12:7$

(3) $\triangle\mathrm{APR}=\frac{2}{3}\triangle\mathrm{ABC}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}\triangle\mathrm{ABC}$

23－1

△ACE，△ACF，△BCF

23－2

$\mathbf{\frac{9}{16}}$

解説

平行四辺形 ABCD の面積を $S(\text{cm}^2)$ とすると，

$\triangle\text{APD}=S\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{4}S$，$\triangle\text{PQC}=S\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{6}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{16}S$

四角形 $\text{ABQP}=S-\left(\frac{1}{4}S+\frac{3}{16}S\right)=\frac{9}{16}S(\text{cm}^2)$

第24講・平面図形総合②　図形のいろいろな問題

例題 1

(1) **105°**

(2) **証明**　**△EAC と△FDB において，合同な正三角形の辺より，**
AE＝DF…①，
また，正方形の対角線より，
AC＝DB…②，∠EAC＝∠FDB＝105°…③
①，②，③より，2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△EAC≡△FDB

(3) **S：T＝1：4**

解説

(1) ∠EAC＝60°＋45°＝105°

(2) △EAD と△FDC は合同な正三角形である。

(3) AC と BD の交点を O とし，E と O を結ぶと，EO//DC となるから，
△ECD＝△OCD＝$\frac{1}{4}$×四角形 ABCD

例題 2

(1) **証明**　**仮定より，∠BAD＝∠CAD…①**
BD//AC より，∠BDA＝∠CAD…②
①，②より，∠BAD＝∠BDA
よって，△ABD は BA＝BD の二等辺三角形である。

(2) **$\frac{66}{5}$ cm²**

解説

(1) 平行線の錯角を利用する。

(2) AC＝5(cm)，AE＋BD＝5＋3×2＝11(cm)より，
△ABC：四角形 ABDE＝5：11
よって，四角形 ABDE＝△ABC×$\frac{11}{5}$＝$\frac{1}{2}$×3×4×$\frac{11}{5}$＝$\frac{66}{5}$(cm²)

例題 3

証明　PQ//BS，PQ＝BS より，1 組の向かい合う辺が平行で，その長さが等しいから，四角形 PBSQ は平行四辺形である。

よって，BP＝SQ

仮定より，BP＝AQ

したがって，SQ＝AQ より，△ASQ は二等辺三角形だから，

∠ASQ＝∠SAQ…①

また，AB//QS より，∠ASQ＝∠BAS…②

①，②より，∠SAC＝∠BAS となり，AS は∠BAC を二等分する。

24－1

28cm^2

解説

$\triangle\text{AED}=\text{▱ABCD}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{35}{2}(\text{cm}^2)$

$\triangle\text{DFC}=\text{▱ABCD}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}=14(\text{cm}^2)$

$\triangle\text{EBF}=\text{▱ABCD}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{21}{2}(\text{cm}^2)$

よって，$\triangle\text{DEF}=70-(\frac{35}{2}+14+\frac{21}{2})=28(\text{cm}^2)$

第５章　確率

第２５講・確率①　場合の数

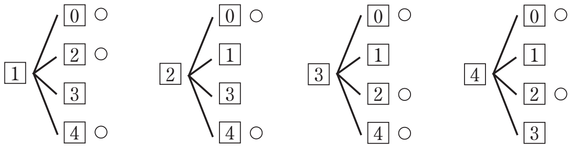
例題 1

全部で 16 個，偶数は 10 個

解説

樹形図をかくと，

↑すべての場合を整理して書き出すのに便利。



となるので，全部で $4\times4=16$（個）　そのうち偶数は，○印をつけた 10（個）

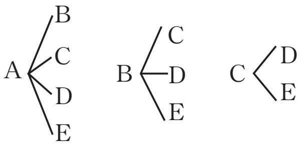
例題 2

(1)　**10 通り**　　(2)　**6 通り**

解説

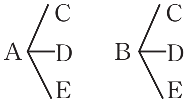
男子２人を A，B，女子３人を C，D，E とすると，

(1)



D−E となるので 10 通り。

(2)



となるので 6 通り。

例題 3

30 個

解説

ℓ 上の２点と m 上の１点を結んでできる三角形は $6\times3=18$（個），m 上の２点と ℓ 上の１点を結んでできる三角形は $3\times4=12$（個）

25−1

12通り

解説

ACBD，ACDB，ADBC，ADCB，BCAD，BCDA，BDAC，BDCA，CADB，CBDA，DACB，DBCAの12通り。

25−2

9通り

解説

A，B，C，Dの持ってきたプレゼントをそれぞれa，b，c，dとする。Aがbを受け取るとき，B，C，D3人の受け取り方は，(a，d，c)，(c，d，a)，(d，a，c)の3通りある。Aがc，dを受け取るときも同様であるから，$3\times3=9$（通り）

第26講・確率② カードの問題

例題 1

(1) **12通り**　(2) $\dfrac{1}{2}$

解説

(1) 12，13，14，21，23，24，31，32，34，41，42，43 の 12 通り。

(2) 2 枚のカードのひき方は全部で 12 通り。このうち，a−b が負の数になるのは，

(a，b) ＝ (1，2)，(1，3)，(1，4)，(2，3)，(2，4)，(3，4) の 6 通り。

よって，$\dfrac{6}{12}=\dfrac{1}{2}$

例題 2

(1) **10 通り**　(2) $\dfrac{2}{5}$　(3) $\dfrac{3}{10}$

解説

(1) $\boxed{1}$と$\boxed{2}$，$\boxed{1}$と$\boxed{3}$，$\boxed{1}$と$\boxed{4}$，$\boxed{1}$と$\boxed{5}$，$\boxed{2}$と$\boxed{3}$，$\boxed{2}$と$\boxed{4}$，$\boxed{2}$と$\boxed{5}$，$\boxed{3}$と$\boxed{4}$，$\boxed{3}$と$\boxed{5}$，$\boxed{4}$と$\boxed{5}$の 10 通り。

(2) 和が 3 の倍数になるのは，$\boxed{1}$と$\boxed{2}$，$\boxed{1}$と$\boxed{5}$，$\boxed{2}$と$\boxed{4}$，$\boxed{4}$と$\boxed{5}$の 4 通り。

よって，$\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5}$

(3) 積が奇数になるのは，$\boxed{1}$と$\boxed{3}$，$\boxed{1}$と$\boxed{5}$，$\boxed{3}$と$\boxed{5}$の 3 通り。

よって，$\dfrac{3}{10}$

例題 3

$\dfrac{5}{12}$

解説

すべての場合の数は，$4\times3\times2=24$（通り）

100 以上の偶数になるのは，一の位が 0 のとき，$3\times2=6$（通り）

一の位が 2 のとき，$2\times2=4$（通り）

よって，求める確率は $\dfrac{10}{24}=\dfrac{5}{12}$

26－1

$\frac{1}{5}$

解説

カードの取り出し方は，1と2，1と3，1と4，1と5，2と3，2と4，2と5，3と4，3と5，4と5の 10 通り。
このうち，和が 4 の倍数になっているのは 2 通りだから，
求める確率は，$\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

26－2

$\frac{1}{3}$

解説

すべての場合の数は，$6\times5\div2=15$（通り）
このうち，積が 0 になるのは，(0，1)，(0，2)，(0，3)，(0，4)，(0，5）の 5 通りだから，
求める確率は，$\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$

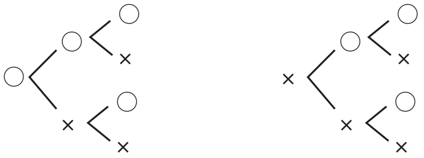
第27講・確率③ 硬貨の問題

例題 1

$\frac{1}{8}$，$\frac{7}{8}$

解説

表を○，裏を×で表す。
樹形図をかくと，



となる。すべての場合の数が8通りで，そのうち×－×－×は1通りだから，求める確率は $\frac{1}{8}$

また，少なくとも1枚が表であるのは7通りだから，求める確率は $\frac{7}{8}$

例題 2

(1)　**8通り**　　(2)　$\frac{1}{2}$

解説

(1)　表を○，裏を×で表すと，○○○，○○×，○×○，×○○，○××，×○×，××○，×××の8通り。

(2)　○○○…6点，○○×…2点，○×○…3点，×○○…4点の4通りなので，$\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

例題 3

$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}$

解説

表を○，裏を×で表すと，5円，10円，50円の順で，○○○，○○×，○×○，×○○，○××，×○×，××○，×××の8通りのうち，2枚以上表になるのは4通り。
よって，$\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

また，合計金額が50円以上になるのは○○○，○×○，×○○，××○の4通りなので，$\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

27－1

$\frac{1}{2}$

解説

表を○，裏を×で表すと，A，B，C の順で，<u>○○○</u>，<u>○○×</u>，<u>○×○</u>，<u>×○○</u>，○××，×○×，××○，×××の 8 通りのうち，2 枚以上表になるのは 4 通り。

よって，$\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

27－2

$\frac{5}{8}$

解説

表を○で表すと，すべての場合は（㊿，⑩，⑤），（㊿，⑩，5），（㊿，10，⑤），（50，⑩，⑤），（㊿，10，5），（50，⑩，5），（50，10，⑤），（50，10，5）の 8 通り。

第28講・確率④ 色玉の問題

例題 1

(1) $\frac{3}{5}$　(2) $\frac{3}{5}$

解説

(1) 玉の取り出し方は全部で 5 通りで，白玉は 3 個あるから，$\frac{3}{5}$

(2) 白玉を①，②，③，赤玉を[1]，[2]と区別すると，2 個の取り出し方は 10 通りあって，赤，白 1 個ずつとなるのは，①[1]，①[2]，②[1]，②[2]，③[1]，③[2]の 6 通り。よって，$\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

例題 2

(1) $\frac{3}{5}$　(2) $\frac{7}{10}$

解説

(2) 白玉を①，②，赤玉を[1]，[2]，青玉を△で表すと，2 個の取り出し方は，①②，①[1]，①[2]，①△，②[1]，②[2]，②△，[1][2]，[1]△，[2]△の 10 通り。

例題 3

(1) **12 通り**　(2) $\frac{1}{2}$

28－1

(1) **21 通り**　(2) $\frac{1}{7}$

解説

(1) 赤玉を①，②，③，白玉を[1]，[2]，[3]，[4]で表すと，①②，①③，①[1]，①[2]，①[3]，①[4]，②③，②[1]，②[2]，②[3]，②[4]，③[1]，③[2]，③[3]，③[4]，[1][2]，[1][3]，[1][4]，[2][3]，[2][4]，[3][4]の 21 通り。

28－2

(1) $\frac{3}{5}$　(2) $\frac{4}{5}$

解説

(1) 赤玉を①，②，③，白玉を[1]，[2]，青玉を△1で表すと，全部の取り出し方は，①②，①③，①[1]，①[2]，①△1，②③，②[1]，②[2]，②△1，③[1]，③[2]，③△1，[1][2]，[1]△1，[2]△1の 15 通りで，そのうち白玉がふくまれるのは 9 通り。よって，$\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$

(2) ①[1]，①[2]，①△1，②[1]，②[2]，②△1，③[1]，③[2]，③△1，[1][2]，[1]△1，②△1の 12 通りなので，$\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$

第29講・確率⑤ さいころの問題

例題 1

$\dfrac{1}{6}$

解説

すべての場合の数は，$6\times6=36$（通り）　出る目の数の和が７になるのは，大，小の順で表すと，（1，6），（2，5），（3，4），（4，3），（5，2），（6，1）の６通り。よって，$\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

例題 2

$\dfrac{7}{18}$

解説

$x=\dfrac{b}{a}$より，$\dfrac{b}{a}$が整数，すなわちaがbの約数になる場合を調べる。（bがaの倍数になる場合を調べてもよい。）

例題 3

(1)　$\dfrac{1}{72}$　　(2)　$\dfrac{7}{144}$

解説

(2)　x，yはともに整数なので，直線の式よりxの値は３の倍数。よって，点の座標が，（3，−1）（0，−2）（−3，−3）のいずれかになる確率を求めればよい。

$\dfrac{1\times2+2\times2+1\times1}{12\times12}=\dfrac{7}{144}$

29－1

$\dfrac{1}{6}$

解説

b＼a	1	2	3	4	5	6
1				○	○	○
2					○	○
3						○
4						
5						
6						

右のような表をつくり，あてはまるところに○印をつける。

見落としなく調べることができる。

求める確率は，$\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

29－2

$\dfrac{7}{18}$

解説

b＼a	1	2	3	4	5	6
1	○					
2	○	○				
3	○		○			
4	○	○		○		
5	○				○	
6	○	○	○			○

(2)　$c=10a+b$

a が c の約数になる確率は，右の表から，$\dfrac{14}{36}=\dfrac{7}{18}$

第30講・確率⑥ いろいろな確率の問題

例題 1

$\dfrac{1}{2}$

解説

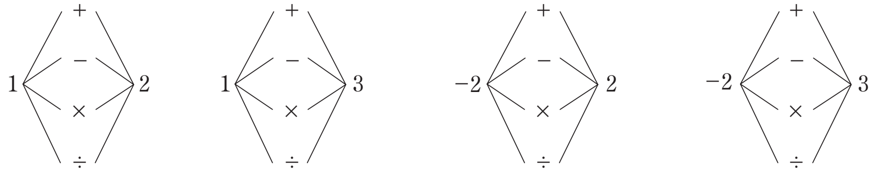
すべての場合の数は，$4\times3\times2=24$（通り）ある。そのうち，3の倍数になるのは，各位の数字の和が3の倍数となればよいから，用いる数字は，(1，2，3)，(2，3，4)の2通り。それぞれ並べ方が6通りあるから，求める確率は，$\dfrac{6\times2}{24}=\dfrac{1}{2}$

例題 2

(1)　**16通り**　　(2)　$\dfrac{13}{16}$　　(3)　$\dfrac{1}{2}$　　(4)　$\dfrac{1}{8}$

解説

(1)　下の樹形図を参照

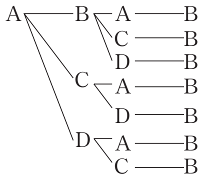


(4)　$-2-3=-5$，$-2\times3=-6$ の2通りなので，$\dfrac{2}{16}=\dfrac{1}{8}$

例題 3

(1)　$\dfrac{1}{3}$　　(2)　**7通り**　　(3)　$\dfrac{2}{9}$

解説



(2)　右の樹形図より，ABAB，ABCB，ABDB，ACAB，ACDB，ADAB，ADCBの7通り。

(3)　1秒後のP，Qの位置は全部で（P，Q）＝(B，A)，(B，C)，(B，D)，(C，A)，(C，C)，(C，D)，(D，A)，(D，C)，(D，D)の9通りあり，同じ頂点にあるのは2通りなので，$\dfrac{2}{9}$

30－1

⑴ $\frac{4}{9}$　⑵ $\frac{1}{4}$

解説

⑴　2個とも，2，3，4，5のいずれかの目が出たことになるから，求める確率は，

$\frac{4\times4}{36}=\frac{4}{9}$

⑵　少なくとも1個は1の目が出て，しかも2個とも2の目は出ていないから，(1，1)，(1，3)，(1，4)，(1，5)，(1，6)，(3，1)，(4，1)，(5，1)，(6，1) の9通りある。よって，求める確率は，$\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

確認テスト解答

第1講・確認テスト

［1］　次の計算をしなさい。

(1)　$(2x-y)+(5x-8y+3)=$ ア $x-$ イ $y+$ ウ

(2)　$(9a^2-2a+4)-(6a^2-5a-2)=$ エ a^2+ オ $a+$ カ

(3)　$(24x+12y-8)\div(-4)=-$ キ $x-$ ク $y+$ ケ

(4)　$3(3x-2y+4)-2(2x-5)=$ コ $x-$ サ $y+$ シス

(5)　$0.8(5x-15y)-0.7(10x-20y)=-$ セ $x+$ ソ y

(6)　$\frac{1}{6}(x-3y)-\frac{3x-y}{4}=\frac{-\text{タ}x-\text{チ}y}{\text{ツテ}}$

(7)　$\frac{2x+3y}{8}+\frac{5x-11y}{6}=\frac{\text{トナ}x-\text{ニヌ}y}{\text{ネノ}}$

(8)　$\frac{2x+7y-1}{3}-\frac{3x+3y-3}{2}=\frac{-\text{ハ}x+\text{ヒ}y+\text{フ}}{\text{ヘ}}$

［2］　3で割ると1余る整数と，3で割ると2余る整数の和は，3で割り切れる。このわけを，下のように説明するとき，空欄にあてはまる数を答えなさい。

【説明】

m，n を整数とすると，3で割ると1余る整数は ホ $m+$ マ ，3で割ると2余る整数は ミ $n+$ ム と表せる。

その和は，(ホ $m+$ マ)+(ミ $n+$ ム)

= ホ $m+$ ミ $n+$ メ

= モ $(m+n+$ ヤ $)$

$m+n+$ ヤ は整数だから， モ $(m+n+$ ヤ $)$ は ユ の倍数。

したがって，3で割ると1余る整数と，3で割ると2余る整数の和は，3で割り切れる。

解答

［1］

ア　7	イ　9	ウ　3	エ　3	オ　3	カ　6	キ　6	ク　3
ケ　2	コ　5	サ　6	シ　2	ス　2	セ　3	ソ　2	タ　7
チ　3	ツ　1	テ　2	ト　2	ナ　6	ニ　3	ヌ　5	ネ　2
ノ　4	ハ　5	ヒ　5	フ　7	ヘ　6			

［2］

ホ　3	マ　1	ミ　3	ム　2	メ　3	モ　3	ヤ　1	ユ　3

解説

(3)　分配法則で計算する。

与式$=24x\div(-4)+12y\div(-4)-8\div(-4)=-6x-3y+2$

(5)　分配法則で計算する。方程式ではないので式を 10 倍してはいけない！

与式$=4x-12y-7x+14y=-3x+2y$

(6)　通分して，分子を計算する。この際，分子の式の符号に注意。

与式$=\dfrac{x-3y}{6}-\dfrac{3x-y}{4}=\dfrac{2x-6y-9x+3y}{12}=\dfrac{-7x-3y}{12}$

第２講・確認テスト

［1］　次の計算をしなさい。

(1)　$(-b^2)^3\times\left(-\frac{1}{4}b\right)=\frac{b^{\boxed{ア}}}{\boxed{イ}}$

(2)　$\left(\frac{1}{2}ab\right)^2\div\left(-\frac{5}{6}a^2b\right)=-\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エオ}}b$

(3)　$12a^2b\div\left(-\frac{5}{2}ab^2\right)\times(-10a^2b^2)=\boxed{カキ}\,a^{\boxed{ク}}b$

(4)　$8a^3b^2\div\left(-\frac{1}{3}a\right)^2\div(-6b)^2=\boxed{ケ}\,a$

(5)　$\frac{(ab)^2}{3}\div\left(-\frac{2ab^2}{3}\right)^2\times ab^4=\frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}ab^{\boxed{シ}}$

［2］　次の等式を【　】の中の文字について解きなさい。

(1)　$3x-4y=10$　【y】

$y=\frac{\boxed{ス}x-\boxed{セソ}}{\boxed{タ}}$

(2)　$3x+1.5y=1$　【y】

$y=-\boxed{チ}x+\frac{\boxed{ツ}}{\boxed{テ}}$

(3)　$c=\frac{2a+3b}{4}$　【a】

$a=-\frac{\boxed{ト}}{\boxed{ナ}}b+\boxed{ニ}c$

(4)　$S=\frac{3(a+b)}{2}$　【a】

$a=\frac{\boxed{ヌ}S}{\boxed{ネ}}-b$

(5)　$\frac{2}{x}-\frac{3}{y}=6(x\neq0,\ y\neq0)$　【x】

$x=\frac{\boxed{ノ}y}{\boxed{ハ}y+\boxed{ヒ}}$

(6)　$\frac{3}{a}+\frac{2}{b}-\frac{1}{x}=0(a\neq0,\ b\neq0,\ x\neq0)$　【x】

$x=\frac{ab}{\boxed{フ}a+\boxed{ヘ}b}$

解答

［1］　ア　7　イ　4　ウ　3　エ　1　オ　0　カ　4　キ　8　ク　3
ケ　2　コ　3　サ　4　シ　2

［2］　ス　3　セ　1　ソ　0　タ　4　チ　2　ツ　2　テ　3　ト　3
ナ　2　ニ　2　ヌ　2　ネ　3　ノ　2　ハ　6　ヒ　3　フ　2
ヘ　3

解説

［1］　(4)　与式$=8a^3b^2\times\dfrac{9}{a^2}\times\dfrac{1}{36b^2}=2a$

(5)　与式$=\dfrac{a^2b^2}{3}\times\dfrac{9}{4a^2b^4}\times ab^4=\dfrac{3}{4}ab^2$

［2］　(2)　$3x+1.5y=1$　【y】

移項　$1.5y=-3x+1$

$\dfrac{3}{2}y=-3x+1$

両辺×2　$3y=-6x+2$

両辺÷3　$y=-2x+\dfrac{2}{3}$

(5)　$\dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{y}=6$　【x】

移項　$\dfrac{2}{x}=\dfrac{3}{y}+6$

$\dfrac{2}{x}=\dfrac{6y+3}{y}$

両辺÷2

$\dfrac{1}{x}=\dfrac{6y+3}{2y}$

両辺を逆数にして

$x=\dfrac{2y}{6y+3}$

第３講・確認テスト

［1］　次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 2x-3y=18 \\ 5x+2y=7 \end{cases}$

$x=$ ア，$y=-$ イ

(2) $\begin{cases} 3x+4y=11 \\ -2x-3y=-9 \end{cases}$

$x=-$ ウ，$y=$ エ

(3) $\begin{cases} 0.3x+0.2y=1.8 \\ -0.5x+0.4y=-0.8 \end{cases}$

$x=$ オ，$y=$ カ

(4) $\begin{cases} \frac{1}{3}x-\frac{1}{4}y=\frac{3}{2} \\ \frac{1}{2}x+\frac{5}{4}y=-1 \end{cases}$

$x=$ キ，$y=-$ ク

［2］　次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 6x-2(x-2y)=4 \\ 3(2x-y)+5y=14 \end{cases}$

$x=$ ケ，$y=-$ コ

(2) $\begin{cases} \frac{3x+1}{2}-\frac{y-4}{3}=\frac{9}{2} \\ \frac{x+1}{6}-\frac{y-3}{4}=1 \end{cases}$

$x=$ サ，$y=$ シ

(3) $\begin{cases} 2x+\frac{4y+3}{3}=2 \\ \frac{-2x+1}{12}=\frac{y-1}{3} \end{cases}$

$x=-\frac{\text{ス}}{\text{セ}}$，$y=\frac{\text{ソ}}{\text{タ}}$

(4) $\begin{cases} \frac{4x+3y}{5}-\frac{3x+2y-5}{4}=1 \\ 0.4x-0.8(y-1)=0.4 \end{cases}$

$x=-$ チ，$y=-$ ツ

解答

［1］　ア　**3**　イ　**4**　ウ　**3**　エ　**5**　オ　**4**　カ　**3**　キ　**3**　ク　**2**

［2］　ケ　**3**　コ　**2**　サ　**2**　シ　**1**　ス　**1**　セ　**2**　ソ　**3**　タ　**2**

チ　**3**　ツ　**1**

解説

［2］　複雑な連立方程式は式を簡単な形にして計算する。

(1)　与式→$\begin{cases} 4x+4y=4 \\ 6x+2y=14 \end{cases}$ →$\begin{cases} x+y=1 \\ 3x+y=7 \end{cases}$ として計算するとよい。

(2)　与式→$\begin{cases} 9x-2y=16 \\ 2x-3y=1 \end{cases}$ として計算するとよい。

(3)　与式→$\begin{cases} 6x+4y=3 \\ -2x-4y=-5 \end{cases}$ として計算するとよい。

(4)　与式→$\begin{cases} x+2y=-5 \\ 4x-8y=-4 \end{cases}$ →$\begin{cases} x+2y=-5 \\ x-2y=-1 \end{cases}$ として計算するとよい。

第４講・確認テスト

［1］　次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} x : y = 3 : 4 \\ (x+2) : (y+6) = 4 : 7 \end{cases}$

$x=$ ［ア］，$y=$ ［イ］

(2) $\begin{cases} x : y = 3 : 2 \\ (x+1) : y = 3 : 1 \end{cases}$

$x=$ ［ウ］，$y=\dfrac{［エ］}{［オ］}$

(3) $x+4y-2=3x+2y=27$

$x=$ ［カ］，$y=$ ［キ］

(4) $\dfrac{x+2y+1}{2}=\dfrac{x+y}{3}=\dfrac{x+y+2}{5}$

$x=$ ［ク］，$y=-$ ［ケ］

［2］　連立方程式 $\begin{cases} ax+by=6 \\ bx+ay=-1 \end{cases}$ の解が，$x=3$，$y=2$ のとき，$a=$ ［コ］，$b=-$ ［サ］ である。

［3］　2 けたの自然数がある。この自然数の十の位の数の 3 倍と一の位の数の 4 倍の和は 26 で，十の位の数と一の位の数を入れかえると，もとの数の 2 倍より 2 大きくなる。このとき，もとの自然数は ［シス］ である。

解答

［1］　ア　6　　イ　8　　ウ　1　　エ　2　　オ　3　　カ　5　　キ　6　　ク　5
　　ケ　2

［2］　コ　4　　サ　3

［3］　シ　2　　ス　5

解説

［1］ (1), (2)　$A:B=C:D$ のとき，$AD=BC$ が成り立つことを利用する。

(3), (4)　$A=B=C$ の形は，$A=B$，$A=C$，$B=C$ のうち 2 つを選んで解けばよい。

(1)　与式→ $\begin{cases} 4x-3y=0 \\ 7x-4y=10 \end{cases}$ として解く。

(2)　与式→ $\begin{cases} 2x-3y=0 \\ x-3y=-1 \end{cases}$ として解く。

(3)　与式→ $\begin{cases} x+4y-2=27 \\ 3x+2y=27 \end{cases}$ → $\begin{cases} x+4y=29 \\ 3x+2y=27 \end{cases}$ として解く。

(4)　与式→ $\begin{cases} \dfrac{x+2y+1}{2}=\dfrac{x+y}{3} \\ \dfrac{x+y}{3}=\dfrac{x+y+2}{5} \end{cases}$ → $\begin{cases} x+4y=-3 \\ 2x+2y=6 \end{cases}$ として解く。

［3］　十の位の数を x，一の位の数を y とする。

もとの数→ $10x+y$　　入れかえた数→ $10y+x$

$\begin{cases} 3x+4y=26 \\ 10y+x=2(10x+y)+2 \end{cases}$ これを解いて，$x=2$，$y=5$

よって，もとの自然数は 25

第５講・確認テスト

［1］　A 地点から B 地点を経て C 地点まで自動車で行くのに，AB 間を毎時 40 km，BC 間を毎時 30 km の速さで行くと全部で 1 時間 30 分かかる。もし，AB 間を毎時 30 km，BC 間を毎時 60 km の速さで行くとすれば，全部で 1 時間 10 分で行けるという。

このとき，AB 間は［アイ］km，BC 間は［ウエ］km である。

［2］　A 地から B 地を経て C 地まで行くのに，AB 間を自転車で，BC 間を自動車で行くと全部で 57 分かかり，AB 間を自動車で，BC 間を自転車で行くと全部で 48 分かかる。自転車の速さは毎時 16 km，自動車の速さは毎時 40 km とする。

このとき，AC 間の道のりは［オカ］km である。

［3］　池の周りに 1 周 6 km の道がある。この道を，A は自転車で，B は歩いてまわることにした。同じ地点から同じ方向へ同時に出発すると 40 分後に A が B に追いついた。追いついた地点から，今度はたがいに反対方向へ同時に出発したところ，2 人が出会ったのは，はじめに出発してから 1 時間 4 分後であった。

このとき，A の速さは毎分［キクケ］m，B の速さは毎分［コサ］m である。

解答

［1］　ア　2　　イ　0　　ウ　3　　エ　0

［2］　オ　2　　カ　0

［3］　キ　2　　ク　0　　ケ　0　　コ　5　　サ　0

解説

［1］　AB 間，BC 間の道のりをそれぞれ x km，y km とする。

$$\begin{cases} \dfrac{x}{40}+\dfrac{y}{30}=1\dfrac{30}{60} \\ \dfrac{x}{30}+\dfrac{y}{60}=1\dfrac{10}{60} \end{cases}$$

整理して，

$$\begin{cases} 3x+4y=180 \\ 2x+y=70 \end{cases}$$

これを解いて $x=20$，$y=30$

［2］　AB 間，BC 間の道のりをそれぞれ x km，y km とする。

$\begin{cases} \dfrac{x}{16}+\dfrac{y}{40}=\dfrac{57}{60} \\ \dfrac{x}{40}+\dfrac{y}{16}=\dfrac{48}{60} \end{cases}$　整理して，　$\begin{cases} 5x+2y=76 \\ 2x+5y=64 \end{cases}$　これを解いて $x=12$，$y=8$

よって，AC 間の距離は $12+8=20$(km)

［3］　A，B の速さをそれぞれ毎分 x m，毎分 y m とする。

40 分間に進む道のりの差が池 1 周の道のり　→　$40x-40y=6000$　…①

24 分間に進む道のりの和が池 1 周の道のり　→　$24x+24y=6000$　…②

①と②を連立して簡単にすると，

$\begin{cases} x-y=150 \\ x+y=250 \end{cases}$　これを解いて $x=200$，$y=50$

第6講・確認テスト

[1]　ある店では，A，B2種類の商品を販売している。Aは1個8万円，Bは1個5万円である。先月は，Aの売り上げ金額がBの売り上げ金額よりも10万円多かった。また，今月の売り上げ個数は，先月に比べてAが10%減り，Bが20%増えたので，全体では8%の増加になった。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　先月のAの売り上げ個数をx個，Bの売り上げ個数をy個として連立方程式をつくると，

$$\begin{cases} \boxed{ア}x=\boxed{イ}y+\boxed{ウエ} \\ -\dfrac{\boxed{オカ}}{100}x+\dfrac{\boxed{キク}}{100}y=\dfrac{\boxed{ケ}}{100}(x+y) \end{cases}$$

(2)　今月のAの売り上げ個数は［コサ］個，Bの売り上げ個数は［シス］個である。

[2]　食塩水Aが250 gあり，食塩水Bは150 gある。AとBを混ぜ合わせると10.2%の食塩水ができる。また，Aから食塩水100 gを取り出し，かわりに水100 gを加えるとBの濃度と等しくなる。

このとき，Aの濃度は［セソ］%，Bの濃度は［タ］.［チ］%である。

[3]　A，B2種類の食塩水がある。A200 g，B400 gを混ぜ，水を100 g蒸発させると26%の食塩水になる。また，A400 gとB200 gを混ぜ，水を400 g加えると11%の食塩水になる。

このとき，Aの濃度は［ツテ］%，Bの濃度は［トナ］%である。

解答

[1]　ア　8　イ　5　ウ　1　エ　0　オ　1　カ　0　キ　2　ク　0
　　ケ　8　コ　1　サ　8　シ　3　ス　6
[2]　セ　1　ソ　2　タ　7　チ　2
[3]　ツ　1　テ　5　ト　2　ナ　5

解説

[1]　先月のＡを x 個，Ｂを y 個とする。

(1)　先月と増減分で連立方程式をつくる。

先月→$80000x=50000y+100000$　→　$8x=5y+10$　…①

増減分→$-\frac{10}{100}x+\frac{20}{100}y=\frac{8}{100}(x+y)$　…②

(2)　①，②を連立方程式で解いて，$x=20$，$y=30$

求めるのは今月の売り上げ個数なので，

Ａ　$20\times0.9=18$(個)　　Ｂ　$30\times1.2=36$(個)

[3]　Ａを x %，Ｂを y %とする。

入っている食塩の量で式をつくると，

$200\times\frac{x}{100}+400\times\frac{y}{100}=(200+400-100)\times\frac{26}{100}$　…①

$400\times\frac{x}{100}+200\times\frac{y}{100}=(400+200+400)\times\frac{11}{100}$　…②

①，②を整理して連立すると，

$\begin{cases}2x+4y=130\\4x+2y=110\end{cases}$　これを解いて，$x=15$，$y=25$

第７講・確認テスト

［1］　300円のケーキＡと400円のケーキＢをとり混ぜて買い，代金を3700円支払った。

⑴　どちらも少なくとも１個以上買うとする。ケーキの買い方を，Ａの個数が少ない順に書き出すと，（Ａ［ア］個，Ｂ［イ］個），（Ａ［ウ］個，Ｂ［エ］個），（Ａ［オカ］個，Ｂ［キ］個）である。

⑵　ケーキＢの個数がケーキＡの個数の２倍より１個多いとすると，買ったケーキの個数は全部で［クケ］個である。

［2］　４人乗りのボート x そうと，２人乗りのボート y そうに24人の子どもを乗せた。ただし，x，y は自然数で，どちらのボートも少なくとも１そうは用い，定員どおりに乗せるものとする。

⑴　x と y の値の組は全部で［コ］通りである。

⑵　最もボートを少なく使用する場合，そのボートの総数は［サ］そうである。

［3］　３けたの正の整数 N がある。N の左端の数字を右端の数字の右に移し，３けたの正の整数 M をつくると，N は M より486だけ大きくなるという。このような正の整数 N のうち，最小の N は［シスセ］であり，最大の N は［ソタチ］である。

解答

［1］　ア　3　イ　7　ウ　7　エ　4　オ　1　カ　1　キ　1　ク　1
ケ　0

［2］　コ　5　サ　7

［3］　シ　6　ス　1　セ　2　ソ　9　タ　4　チ　5

解説

［2］　(1)　条件を成り立たせる(x, y)は，

$(1, 10)$，$(2, 8)$，$(3, 6)$，$(4, 4)$，$(5, 2)$の5通りである。

(2)　最もボート数が少ないのは$(5, 2)$のときで$5+2=7$(そう)である。

［3］　Nの百の位をa，下2けたをbとすると，$N=100a+b$，$M=10b+a$と表せる。

$N-M$

$=(100a+b)-(10b+a)$

$=99a-9b$

$=9(11a-b)$

これが486になるので，

$9(11a-b)=486$

$11a-b=54$

よって，(a, b)の組は，$(5, 1)$，$(6, 12)$，$(7, 23)$，$(8, 34)$，$(9, 45)$。

bは2けただから$(5, 1)$は不適。

したがって，最小のNは612，最大のNは945

第８講・確認テスト

［1］　満水にすると 72 L の水が入る水そうがある。この水そうには一定の割合で水が入り続けていて，水があふれている状態である。この水そうの水を，一定の割合でくみ出すことができるポンプを何台か使って排水する。8 台のポンプを使うと水そうは 9 分で空になり，10 台のポンプを使うと水そうは 6 分で空になったという。このとき，1 台のポンプがくみ出す水の量を毎分 x L，水そうに入ってくる水の量を毎分 y L とする。

⑴　x，y についての連立方程式をつくると，

$$\begin{cases} 72+\boxed{\text{ア}}\,y=\boxed{\text{イ}}\,x\times 9 \\ 72+\boxed{\text{ウ}}\,y=\boxed{\text{エオ}}\,x\times 6 \end{cases}$$

であり，これを解くと $x=\boxed{\text{カ}}$，$y=\boxed{\text{キ}}$ である。

⑵　ポンプを 12 台使うと，水そうは［ク］分［ケコ］秒で空になる。

［2］　あるテーマパークの入り口前で大勢の客が開場を待っていた。入り口にはたくさんのゲートがあり，混雑を解消するために何か所か開いて客を入場させることにした。開場時刻の時点では a 人の客が待っており，その後も毎分 120 人の割合で客がやってくる。1 つのゲートを通過させる客の人数は，毎分一定であるものとする。このとき，次の問いに答えなさい。

⑴　開場時刻にゲートを何か所か開いたところ 60 分後には待っている客はいなくなった。このとき，ゲートを通過した（入場した）客の総数を a の式で表すと，$(\boxed{\text{サシスセ}}+a)$ 人である。

⑵　開場時刻にゲートを 5 か所開くと 30 分後に，6 か所開くと 20 分後に待っている客はいなくなった。1 つのゲートを通過させる客の人数を毎分 b 人としたとき，

(i)　ゲートを 5 か所開いた場合の a，b の関係は，$a+\boxed{\text{ソタチツ}}=\boxed{\text{テトナ}}\,b$ と表せる。

(ii)　a の値は［ニヌネノ］，b の値は［ハヒ］である。

(iii)　開場時刻にゲートを 8 か所開くと，［フヘ］分で待っている客はいなくなる。

解答

[1]　ア　9　イ　8　ウ　6　エ　1　オ　0　カ　2　キ　8　ク　4
　ケ　3　コ　0

[2]　サ　7　シ　2　ス　0　セ　0　ソ　3　タ　6　チ　0　ツ　0
　テ　1　ト　5　ナ　0　ニ　2　ヌ　4　ネ　0　ノ　0　ハ　4
　ヒ　0　フ　1　ヘ　2

解説

[1]　『はじめの量＋入ってくる量＝くみ出す量』である。

(1)　8 台のポンプ→$72+y\times9=8x\times9$　…①
10 台のポンプ→$72+y\times6=10x\times6$　…②
①，②を連立方程式で解いて，$x=2$，$y=8$

(2)　t 分で空になると考えると，　$72+8\times t=12\times2\times t$
これを解いて，$t=4.5$
よって，4 分 30 秒

[2]　『最初からいた客＋やってくる客＝ゲートを通過した客』である。

(1)　60 分で客は新たに $120\times60=7200$(人)やってくるから，最初からいた a 人と合わせて($7200+a$)人

(2)　(i)　$a+120\times30=5b\times30$　…①
(ii)　ゲートを 6 か所開いたときは　$a+120\times20=6b\times20$　…②
①と②を連立方程式で解いて，$a=2400$，$b=40$
(iii)　x 分でいなくなるとすると，$2400+120x=8\times40x$　　これを解いて $x=12$

第９講・確認テスト

[1]　次の問いに答えなさい。

(1)　変化の割合が３で，$x=2$ のとき $y=5$ である一次関数を表す式は，
$y=$ ［ア］$x-$ ［イ］である。

(2)　x が３増加するとき y が６減少し，$x=2$ のとき $y=-1$ である一次関数を表す式は，
$y=-$ ［ウ］$x+$ ［エ］である。

(3)　傾きが $\frac{1}{2}$ で，点(6，8)を通る直線の式は，$y=\frac{1}{2}x+$ ［オ］である。

(4)　直線 $y=2x-3$ に平行で，点(3，7)を通る直線の式は，$y=$ ［カ］$x+$ ［キ］
である。

(5)　切片が３で，点(4，5)を通る直線の式は，$y=\frac{［ク］}{［ケ］}x+$ ［コ］である。

(6)　直線 $y=4x-3$ と y 軸上で交わり，点$(-4,\ -9)$を通る直線の式は，
$y=\frac{［サ］}{［シ］}x-$ ［ス］である。

[2]　次の問いに答えなさい。

(1)　一次関数 $y=-2x+4$ で，y の変域が $-2<y\leqq 6$ のとき，x の変域は
$-$ ［セ］$\leqq x<$ ［ソ］である。

(2)　一次関数 $y=-3x+m$ で，x の変域が $2\leqq x\leqq 4$ のとき y の変域は $-8\leqq y\leqq n$ である。
　このとき，$m=$ ［タ］，$n=-$ ［チ］である。

(3)　一次関数 $y=ax+b(a<0)$ で，x の変域が $2\leqq x\leqq 4$ のとき y の変域は $5\leqq y\leqq 8$ である。
　このとき，$a=-\frac{［ツ］}{［テ］}$，$b=$ ［トナ］である。

解答

[1]　ア　3　イ　1　ウ　2　エ　3　オ　5　カ　2　キ　1　ク　1
　ケ　2　コ　3　サ　3　シ　2　ス　3

[2]　セ　1　ソ　3　タ　4　チ　2　ツ　3　テ　2　ト　1　ナ　1

解説

［2］

(2)　変化の割合が負なので，x の変域と y の変域の大小関係は逆になる。

$x=4$ のとき $y=-8$ になるので，$-8=-3\times4+m$ より，$m=4$

$x=2$ のとき $y=n$ になるので，$n=-3\times2+4$ より，$n=-2$

(3)　変化の割合が負なので，x の変域と y の変域の大小関係は逆になる。

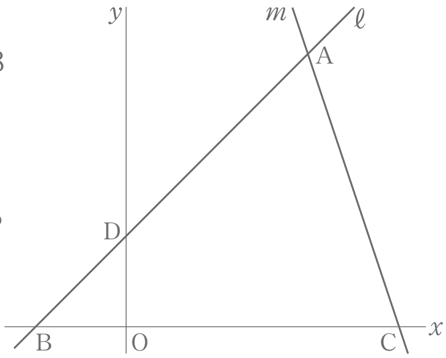
$x=2$ のとき $y=8$ になるので，$8=2a+b$

$x=4$ のとき $y=5$ になるので，$5=4a+b$

これを連立方程式で解いて，$a=-\frac{3}{2}$，$b=11$

第10講・確認テスト

[1]　右の図で，直線 ℓ は２点 B$(-2,\ 0)$，D$(0,\ 2)$ を通っている。また，直線 m の式は $y=-3x+18$ である。このとき，次の問いに答えなさい。



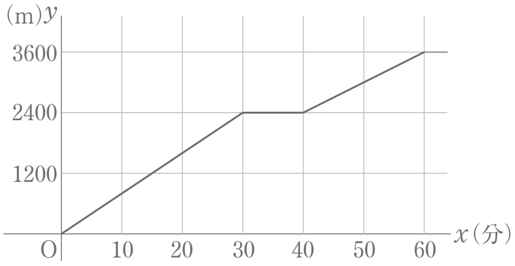
(1)　直線 ℓ の式は $y=x+$ [ア] である。

(2)　点 A の座標は，A([イ] ， [ウ])である。

(3)　△ABC の面積は， [エオ] である。

(4)　四角形 ADOC の面積は， [カキ] である。

[2]　A さんは，家から 3600 m 離れた体育館まで，途中の公園で休みをとって行った。右の図は，A さんが家を出てから x 分後までに歩いた道のりを y m として，A さんが歩いたようすをグラフに表したものである。これについて，次の問いに答えなさい。



(1)　家から公園までの A さんの歩く速さは，分速 [クケ] m である。

(2)　公園で休んだあとの x と y の関係を式で表すと，$y=$ [コサ] x である。

(3)　A さんが家を出てから 30 分後に，姉が毎分 180 m の速さの自転車で A さんと同じ道を通って体育館へ行った。このときの姉の進んだようすをグラフに表すと，([シス] ， [セ])と([ソタ] ， [チツテト])を結ぶ線分になる。

(4)　(3)のとき，姉が A さんに追いつくのは，A さんが家を出てから [ナニ] 分後であり，その場所は A さんの家から [ヌネノハ] m の地点である。

解答

[1]	ア　2	イ　4	ウ　6	エ　2	オ　4	カ　2	キ　2	
[2]	ク　8	ケ　0	コ　6	サ　0	シ　3	ス　0	セ　0	ソ　5
	タ　0	チ　3	ツ　6	テ　0	ト　0	ナ　4	ニ　5	ヌ　2
	ネ　7	ノ　0	ハ　0					

解説

［2］

(2)　2 点(40，2400)，(60，3600)を通るので，$y=ax+b$ に x，y の値を代入して，

$\begin{cases} 2400=40a+b \\ 3600=60a+b \end{cases}$　これを解いて $a=60$，$b=0$　　よって $y=60x$

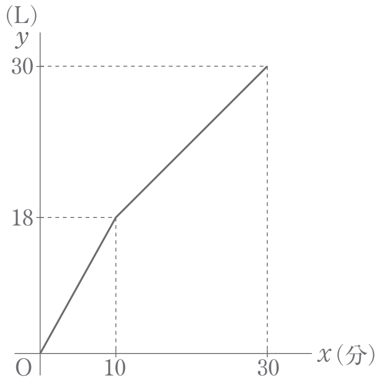
(4)　(3)のグラフより，姉の式は，$y=180x-5400$

$y=60x$ との交点を求めると，(45，2700)

よって 45 分後で，A さんの家から 2700 m の地点である。

第11講・確認テスト

[1]　水が 30 L 入る水そうがある。この水そうに，P 管から毎分 p L，Q 管から毎分 q L の割合で水を入れる。P 管は水そうが満水になるまで水を入れ続け，Q 管は P 管と同時に水を入れ始めた後に途中で止めている。右の図のグラフは，P 管から水を入れ始めてからの時間 x 分と，水そう内の水の量 y L の関係を表したものである。このとき，次の問いに答えなさい。

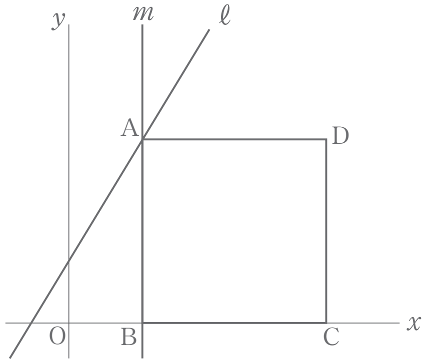


(1)　p の値は［ア］.［イ］，q の値は［ウ］.［エ］である。

(2)　P 管から水を入れ始めて 10 分後から 30 分後までの x と y の関係について，y を x の式で表すと，$y=$［オ］.［カ］$x+$［キク］である。

(3)　水そう内の水の量が 21 L になるのは，水そうに水を入れ始めてから［ケコ］分後である。

[2]　右の図で，直線 ℓ の式は $y=2x+1$ で，直線 m の式は $x=a$ である。直線 m と直線 ℓ，x 軸との交点をそれぞれ A，B とする。AB を 1 辺とする正方形 ABCD をつくるとき，次の問いに答えなさい。ただし，$a>0$ とし，点 C，D は直線 m より右側にあるものとする。



(1)　点 C の座標を a を用いて表すと，C(［サ］$a+$［シ］，［ス］) である。

(2)　$a=3$ のとき，原点を通り，正方形 ABCD の面積を 2 等分する直線の式は，$y=\dfrac{［セ］}{［ソタ］}x$ である。

解答

[1]　ア　0　　イ　6　　ウ　1　　エ　2　　オ　0　　カ　6　　キ　1　　ク　2
　　ケ　1　　コ　5

[2]　サ　3　　シ　1　　ス　0　　セ　7　　ソ　1　　タ　3

解説

［1］ ⑵　10 分後は（10，18），30 分後は（30，30）

求める式を $y=ax+b$ とすると，$\begin{cases} 18=10a+b \\ 30=30a+b \end{cases}$　これを解いて $a=0.6$，$b=12$

よって，$y=0.6x+12$

⑶　求める値は $10 \leqq x \leqq 30$ の範囲にあるから，$y=0.6x+12$ に $y=21$ を代入して，

$21=0.6x+12$　これを解いて，$x=15$

［2］ ⑴　B$(a,\ 0)$ だから，点 A の y 座標は，直線 ℓ の式に $x=a$ を代入して，$y=2a+1$

よって $AB=(2a+1)-0=2a+1$

正方形 ABCD より，$BC=2a+1$ なので，点 C の x 座標は，$a+(2a+1)=3a+1$

したがって，C$(3a+1,\ 0)$

⑵　$a=3$ のとき，A$(3,\ 7)$，C$(10,\ 0)$ である。正方形 ABCD の面積を 2 等分する直線は，対角線の交点，すなわち対角線の中点を通るので，その点を M とすると，

M の x 座標は，$\dfrac{3+10}{2}=\dfrac{13}{2}$，M の y 座標は，$\dfrac{7+0}{2}=\dfrac{7}{2}$

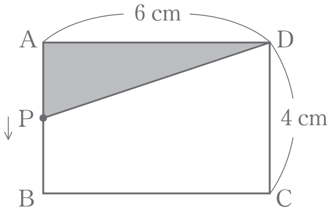
原点を通り，正方形 ABCD の面積を 2 等分する直線を $y=ax$ とすると，

$a=\dfrac{7}{2}\div\dfrac{13}{2}=\dfrac{7}{13}$

したがって，$y=\dfrac{7}{13}x$

第12講・確認テスト

[1]　右の図のような長方形 ABCD で，点 P は A を出発して毎秒 1 cm で，辺上を B，C を通って D まで動く。P が A を出発してから x 秒後の△APD の面積を y cm^2 とするとき，次の問いに答えなさい。



(1)　次の(ⅰ)〜(ⅲ)の変域のとき，yをxの式で表しなさい。

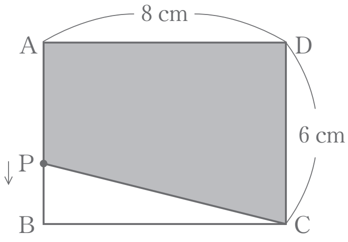
(ⅰ)　$0 \leqq x \leqq 4$ のとき，$y=$ [ア] x

(ⅱ)　$4 \leqq x \leqq 10$ のとき，$y=$ [イウ]

(ⅲ)　$10 \leqq x \leqq 14$ のとき，$y=-$ [エ] $x+$ [オカ]

(2)　△APD の面積が 9 cm^2 になるのは，P が A を出発してから [キ] 秒後と [クケ] 秒後である。

[2]　右の図の長方形 ABCD の周上を点 P が毎秒 2 cm の速さで，点 A から B を通り C まで動く。点 P が点 A を出発してから x 秒後の四角形 APCD の面積を y cm^2 として，次の問いに答えなさい。

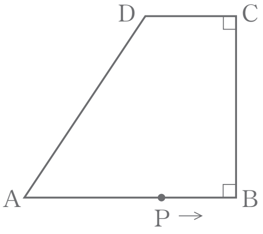


(1)　点 P が辺 AB 上にあるとき，y を x の式で表すと，$y=$ [コ] $x+$ [サシ] で，その変域は [ス] $\leqq x \leqq$ [セ] である。

(2)　点 P が辺 BC 上にあるとき，y を x の式で表すと，$y=-$ [ソ] $x+$ [タチ] で，その変域は [ツ] $\leqq x \leqq$ [テ] である。

(3)　点 P が点 A から C まで動くときの x と y の関係を表すグラフをかくと，点 P が辺 AB 上にあるときは ([ト] , [ナニ]) と ([ヌ] , [ネノ]) を結ぶ線分，辺 BC 上にあるときは，([ヌ] , [ネノ]) と ([ハ] , [ヒフ]) を結ぶ線分になる。

［3］　右の図のような台形 ABCD において，AB＝7，BC＝6，CD＝3，∠B＝∠C＝90° とする。点 P は，A を出発し，台形の周上を B，C，D の順に D まで動く。点 P が A から動いた道のりを x，△APD の面積を y とする。このとき，



点 P が線分 AB 上を動くときは，

$y=$ へ x　で，x の変域は ホ $\leqq x \leqq$ マ

線分 BC 上を動くときは，

$y=-$ ミ $x+$ ムメ で，x の変域は モ $\leqq x \leqq$ ヤユ

線分 CD 上を動くときは，

$y=-$ ヨ $x+$ ラリ で，x の変域は ルレ $\leqq x \leqq$ ロワ である。

解答

［1］	ア	3	イ	1	ウ	2	エ	3	オ	4	カ	2	キ	3	ク	1
	ケ	1														
［2］	コ	8	サ	2	シ	4	ス	0	セ	3	ソ	6	タ	6	チ	6
	ツ	3	テ	7	ト	0	ナ	2	ニ	4	ヌ	3	ネ	4	ノ	8
	ハ	7	ヒ	2	フ	4										
［3］	ヘ	3	ホ	0	マ	7	ミ	2	ム	3	メ	5	モ	7	ヤ	1
	ユ	3	ヨ	3	ラ	4	リ	8	ル	1	レ	3	ロ	1	ワ	6

解説

［2］　(1)　$0 \leqq x \leqq 3$ のとき，$y=(2x+6)\times 8\times\dfrac{1}{2}=8x+24$

(2)　$3 \leqq x \leqq 7$ のとき，AB＋BC＝14 cm，AB＋BP＝$2x$ cm より，PC＝$14-2x$(cm)

よって，$y=(14-2x+8)\times 6\times\dfrac{1}{2}=-6x+66$

(3)　$x=0$ のとき $y=24$ より，(0，24)を通る。

$x=3$ のとき $y=48$ より，(3，48)を通る。

$x=7$ のとき $y=24$ より，(7，24)を通る。

［3］　AB上$(0 \leqq x \leqq 7)$のとき，$y=x\times 6\times \frac{1}{2}$より，$y=3x$

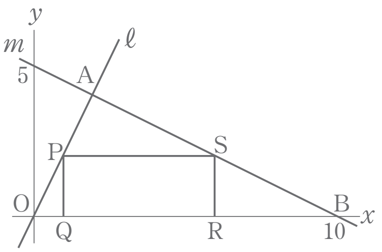
BC上$(7 \leqq x \leqq 13)$のとき，$y=(3+7)\times 6\times \frac{1}{2}-3\times (13-x)\times \frac{1}{2}-7\times (x-7)\times \frac{1}{2}$より，

$y=-2x+35$

CD上$(13 \leqq x \leqq 16)$のとき，$y=(16-x)\times 6\times \frac{1}{2}$より，$y=-3x+48$

第13講・確認テスト

［1］　右の図のように，２つの直線 ℓ，m の交点をAとし，直線 m と x 軸との交点をBとする。直線 ℓ の式は $y=2x$ であり，ℓ 上のOとAの間に点Pをとる。点Pを通り，x 軸，y 軸にそれぞれ平行な直線をひいて，図のように x 軸上，m 上にそれぞれ点をとり，長方形PQRSをつくる。このとき，次の問いに答えなさい。

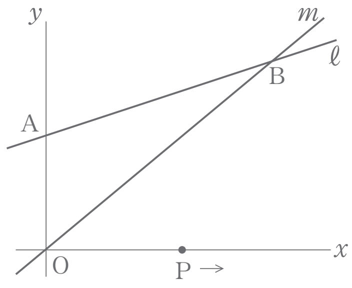


⑴　点Pの x 座標が１であるとき，点Sの座標は（ ア ， イ ）である。

⑵　点Pの x 座標を p とするとき，点Sの座標を p を用いて表すと，
（ ウエ − オ p， カ p）である。

⑶　長方形PQRSが正方形となるときの点Pの座標は，$\left(\dfrac{\text{キク}}{\text{ケ}}, \dfrac{\text{コサ}}{\text{シ}}\right)$である。

［2］　右の図のように，座標平面上に点A(0，3)，点B(6，5)がある。２点A，Bを通る直線を ℓ，原点Oと点Bを通る直線を m とする。また，座標軸の単位の長さを1 cmとし，点Pは原点Oを出発して，x 軸上を毎秒1 cmの速さで正の方向に進むものとする。このとき，次の問いに答えなさい。



⑴　△OABの面積は ス cm^2 である。

⑵　直線 ℓ の式は，$y=\dfrac{\text{セ}}{\text{ソ}}x+$ タ である。

⑶　点Pが原点Oを出発してから t 秒後について，

(i)　線分APが△OABの面積を２等分するとき，t の値は チツ である。

(ii)　△APBの面積を S とする。S を t の式で表すと，$S=t+$ テ である。ただし，$0\leqq t\leqq 6$ とする。

解答

［1］　ア　6　イ　2　ウ　1　エ　0　オ　4　カ　2　キ　1　ク　0

ケ　7　コ　2　サ　0　シ　7

［2］　ス　9　セ　1　ソ　3　タ　3　チ　1　ツ　8　テ　9

解説

［1］　⑵　直線 m の式は $y=-\frac{1}{2}x+5$，点Ｐの x 座標が p のとき，y 座標は $2p$

Ｓの y 座標も $2p$ だから，$y=-\frac{1}{2}x+5$ に $y=2p$ を代入して，$x=10-4p$

⑶　PQ＝PS より，$2p=10-4p-p$　よって，$p=\frac{10}{7}$

これを $\mathrm{P}(p,\ 2p)$ に代入して，$\mathrm{P}\left(\frac{10}{7},\ \frac{20}{7}\right)$

［2］　⑶(i)　AP が△OAB の面積を２等分するとき，AP は OB の中点を通る。

よって，OB の中点をＭとすると，AP は，$\mathrm{A}(0,\ 3)$，$\mathrm{M}\left(3,\ \frac{5}{2}\right)$を通る直線で，

$y=-\frac{1}{6}x+3$となる。t 秒後のＰの座標は $(t,\ 0)$ なので，これを直線 AP の式に代入して，$0=-\frac{1}{6}t+3$

これを解いて，$t=18$

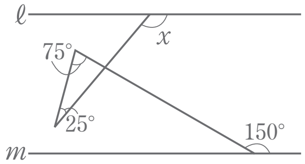
第14講・確認テスト

［1］　次の問いに答えなさい。

(1)　図１で，$\ell /\!/ m$ のとき，

$\angle x =$ アイウ 度である。

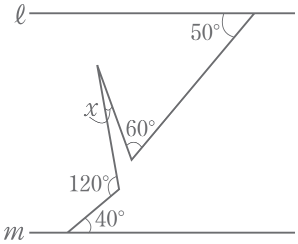
図１



(2)　図２で，$\ell /\!/ m$ のとき，

$\angle x =$ エオ 度である。

図２

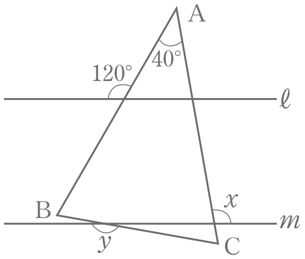


(3)　図３で，$\ell /\!/ m$ で AB＝AC のとき，

$\angle x =$ カキク 度，

$\angle y =$ ケコサ 度である。

図３



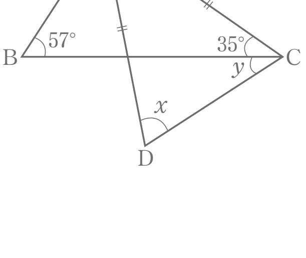
［2］　次の問いに答えなさい。

(1)　図４で，AC＝AD のとき，

$\angle x =$ シス 度，

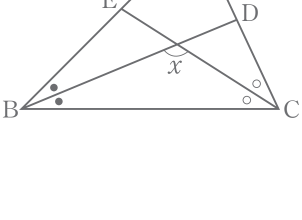
$\angle y =$ セソ 度である。

図４



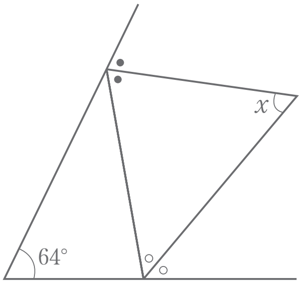
(2)　図５で，$\angle x =$ タチツ 度である。

図５



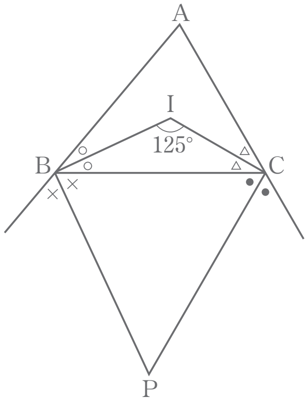
(3) 図６で，∠x＝ テト 度である。

図６



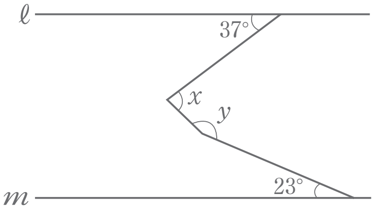
(4) 図７で，∠BAC＝ ナニ 度，∠BPC＝ ヌネ 度である。

図７



[3] 図８で，$\ell /\!/ m$ のとき，∠x＋∠y＝ ノハヒ 度である。

図８



解答

[1] ア **1** イ **3** ウ **0** エ **1** オ **0** カ **1** キ **0** ク **0**
ケ **1** コ **7** サ **0**

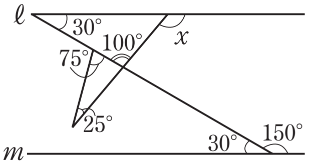
[2] シ **6** ス **8** セ **3** ソ **3** タ **1** チ **2** ツ **5** テ **5**
ト **8** ナ **7** ニ **0** ヌ **5** ネ **5**

[3] ノ **2** ハ **4** ヒ **0**

解説

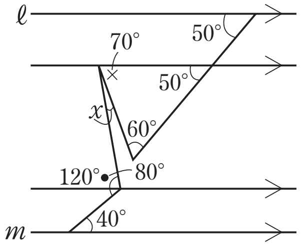
［1］

(1)



$\angle x = 30^\circ + 100^\circ = 130^\circ$

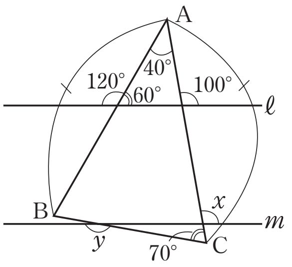
(2)



$\angle x + 70^\circ = 80^\circ$

$\angle x = 10^\circ$

(3)

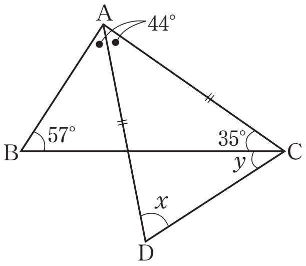


$\angle x = 100^\circ$

$\angle y = 100^\circ + 70^\circ = 170^\circ$

［2］

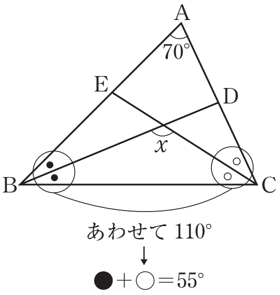
(1)



$\angle x = (180^\circ - 44^\circ) \div 2 = 68^\circ$

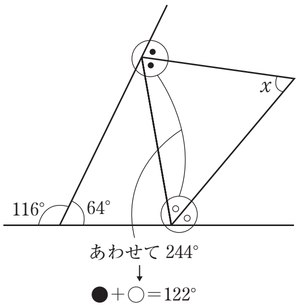
$\angle y = 68^\circ - 35^\circ = 33^\circ$

(2)



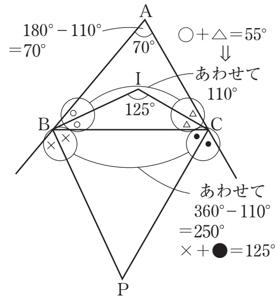
$\angle x = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$

(3)



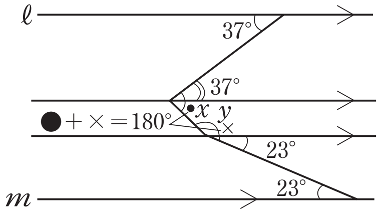
$\angle x = 180^\circ - 122^\circ = 58^\circ$

(4)



$\angle BPC = 360^\circ - (70 + 110^\circ + 125^\circ) = 360^\circ - 305^\circ = 55^\circ$

［3］



$\angle x + \angle y = 180° + 37° + 23° = 240°$

第15講・確認テスト

[1]　次の問いに答えなさい。

(1)　n 角形の内角の和が 900° であるとき，n の値は［ア］である。

(2)　正 n 角形の１つの外角が 12° のとき，n の値は［イウ］である。

(3)　１つの内角の大きさが 135° である正多角形の頂点の数は［エ］個である。

(4)　１つの外角が 10° の正多角形で，１つの頂点からひける対角線の本数は［オカ］本である。

[2]　正三角形，正方形，正 a 角形，正 b 角形の４つの図形を，１点の周りにたがいにすき間なく，重ねることもなく並べることができた。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　このときの a と b の関係を式で表してみると，

$$60+90+\frac{180(a-［キ］)}{a}+\frac{180(b-［ク］)}{b}=［ケコサ］$$ より，

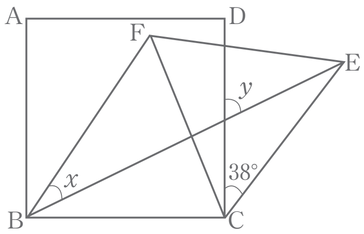
これを整理して，$\frac{360}{a}+\frac{360}{b}=［シスセ］$ となる。

(2)　a と b を満たす値の組は a が小さい順に，$(a,\ b)=$（［ソ］，［タチ］），（［ツ］，［テ］），（［ト］，［ナ］），（［ニヌ］，［ネ］）の４組ある。

[3]　次の問いに答えなさい。

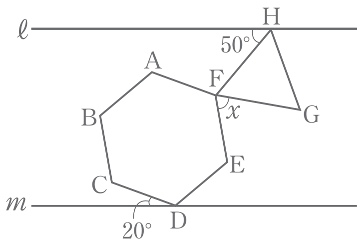
(1)　右の図１のように，１辺の長さが等しい正方形 ABCD と正三角形 CEF が重なり，$\angle ECD=38°$ である。このとき，$\angle x=$［ノハ］度，$\angle y=$［ヒフ］度である。

図１



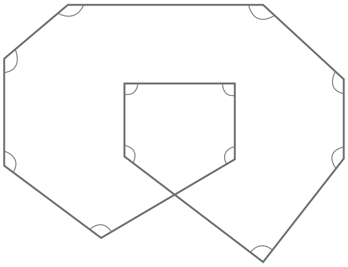
(2)　右の図２のように，$\ell /\!/ m$ で，正六角形ABCDEFと正三角形FGHがそれぞれ m，ℓ に点Dと点Hで接している。このとき，$\angle x =$ [ヘホ] 度である。

図２



(3)　右の図３で，印のついた角の和は [マミムメ] 度である。

図３



解答

[1]	ア	7	イ	3	ウ	0	エ	8	オ	3	カ	3				
[2]	キ	2	ク	2	ケ	3	コ	6	サ	0	シ	1	ス	5	セ	0
	ソ	3	タ	1	チ	2	ツ	4	テ	6	ト	6	ナ	4	ニ	1
	ヌ	2	ネ	3												
[3]	ノ	3	ハ	0	ヒ	6	フ	4	ヘ	7	ホ	0	マ	1	ミ	4
	ム	4	メ	0												

解説

[1]　(4)　１つの外角が10°の正多角形は，$360 \div 10 = 36$ より正三十六角形。

１つの頂点からひける対角線は，その頂点と両隣の頂点にはひけないので，

$36 - 3 = 33$（本）。

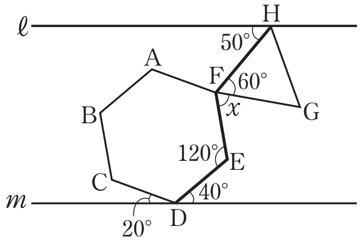
［3］　(1)　条件から，CB＝CE＝CF なので，△BCE，△BCF が二等辺三角形になる。

よって，$\angle x=\angle \mathrm{FBC}-\angle \mathrm{EBC}=56^\circ-26^\circ=30^\circ$

BE と CD の交点を G とし，$\angle y$ を△ECG の外角と考えて，

$\angle y=\angle \mathrm{ECG}+\angle \mathrm{CEG}=38^\circ+26^\circ=64^\circ$

(2)　右のように，正三角形の１つの内角は 60°，正六角形の１つの内角は 120° である。$\ell /\!/ m$ の内側で，HF，FE，ED の折れ線があると考えればよい。



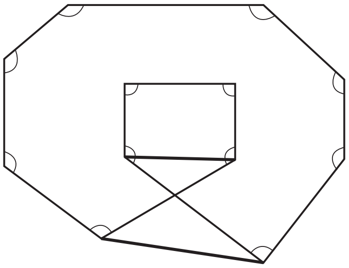
$\angle x+(60^\circ-50^\circ)=120^\circ-40^\circ$

$\angle x+10^\circ=80^\circ$

$\angle x=70^\circ$

(3)　右のように，真ん中に長方形，その周りに八角形がある形に変形できるから，

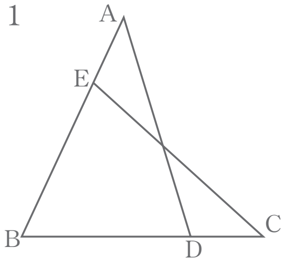
360＋180×(8－2)＝1440(度)



第16講・確認テスト

[1]　右の図１で，AB＝BC，∠BAD＝∠BCE のとき，AD＝CE である。このことを次のように証明した。空欄にあてはまるものを選択肢から選び，その番号を答えなさい。（同じ番号を何度用いても構いません。）

図１



（証明）△ABD と ア において

イ より，　AB＝CB

∠BAD＝ ウ

エ より， オ ＝ カ

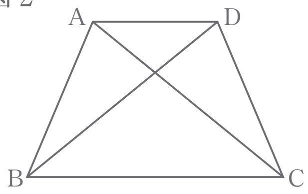
1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，　△ABD≡ キ

よって，　AD＝CE

（選択肢）①　△BCE　②　△CBE　③　∠ABD　④　∠BAD
⑤　∠CBE　⑥　∠BCE　⑦　仮定　⑧　共通な角
⑨　共通な辺

[2]　右の図２において，四角形 ABCD で，AB＝DC，AC＝DB のとき，∠BAC＝∠CDB である。このことを次のように証明した。空欄にあてはまるものを選択肢から選び，その番号を答えなさい。（同じ番号を何度用いても構いません。）

図２



（証明）△ABC と ク において

ケ より，　AB＝DC

AC＝DB

コ より，　BC ＝ サ

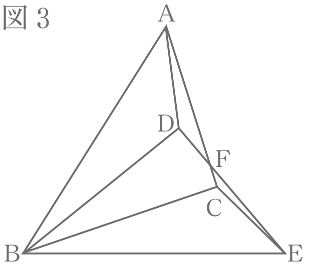
シ ので，　△ABC≡ ス

よって，　∠BAC＝∠CDB

（選択肢）①　△ACD　②　△DCB　③　BD　④　CB　⑤　仮定
⑥　共通な辺　⑦　共通な角　⑧　3 辺がそれぞれ等しい
⑨　2 辺とその間の角がそれぞれ等しい

［3］　右の図３で，△ABC≡△EBD である。また，点 F は AC と ED の交点である。このとき，△ABD≡△EBC となる。このことを，次のように証明した。空欄にあてはまるものを選択肢から選び，その番号を答えなさい。

図３



（証明）△ABD と△EBC において

△ABC≡△EBD より，　AB＝［セ］…①，　BD＝［ソ］…②

∠ABC＝∠EBD で，［タ］＝∠ABC－［チ］

［ツ］＝∠EBD－［チ］

よって，［タ］＝［ツ］…③

①，②，③より，［テ］ので，△ABD≡△EBC

（選択肢）

① ２辺とその間の角がそれぞれ等しい

② １辺とその両端の角がそれぞれ等しい

③ BC　④ EB　⑤ ∠ADB　⑥ ∠DBC

⑦ ∠ABD　⑧ ∠EBC　⑨ ∠ECB

解答

［1］ ア ②　イ ⑦　ウ ⑥　エ ⑧　オ ③　カ ⑤　キ ②

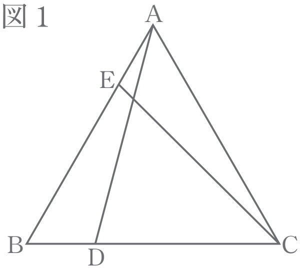
［2］ ク ②　ケ ⑤　コ ⑥　サ ④　シ ⑧　ス ②

［3］ セ ④　ソ ③　タ ⑦　チ ⑥　ツ ⑧　テ ①

第17講・確認テスト

［1］　右の図 1 のように，正三角形 ABC の辺 BC，AB 上に BD＝AE となる点 D，E をとる。このとき，AD＝CE であることを，下のように証明した。空欄にあてはまるものを選択肢から選び，その番号を答えなさい。

図 1



（証明）△ABD と△CAE において

仮定より　BD＝AE

正三角形 ABC の辺より ［ア］＝［イ］

正三角形 ABC の角より ［ウ］＝［エ］＝［オ］

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので，　△ABD≡△CAE

よって，　AD＝CE

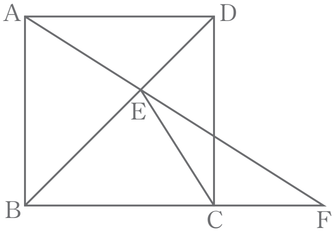
（選択肢）

① ∠BCA　② ∠ABD　③ ∠CAE　④ 60°　⑤ 90°

⑥ AB　⑦ BC　⑧ CA　⑨ CE

［2］　右の図２のように，正方形 ABCD の対角線 BD 上に点 E をとり，AE の延長と辺 BC の延長との交点を F とする。このとき，∠DCE＝∠CFE であることを下のように証明した。空欄にあてはまるものを選択肢から選び，その番号を答えなさい。

図２



（証明）［カ］と［キ］において

共通な辺より　DE＝DE

正方形 ABCD の辺より　DA＝［ク］

BD は正方形 ABCD の対角線なので［ケ］＝［コ］＝ 45°

２辺とその間の角がそれぞれ等しいので，［カ］≡［キ］

よって，∠DAE＝∠DCE

また，平行線の錯角は等しいから　∠DAE＝∠CFE

したがって，∠DCE＝∠CFE

（選択肢）

①　△ABE　　②　△DAE　　③　△DCE　　④　CF　　⑤　DC

⑥　∠ADE　　⑦　∠AED　　⑧　∠CDE　　⑨　∠CED

解答

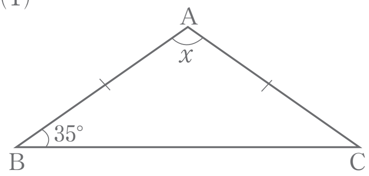
［1］　ア　⑥　　イ　⑧　　ウ　②　　エ　③　　オ　④

［2］　カ　②　　キ　③　　ク　⑤　　ケ　⑥　　コ　⑧

第18講・確認テスト

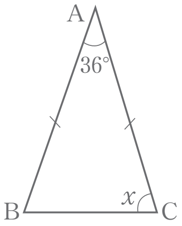
［1］　下の図で，∠x の大きさを求めなさい。

(1)



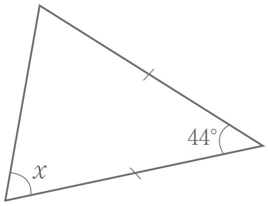
∠x＝ アイウ 度

(2)



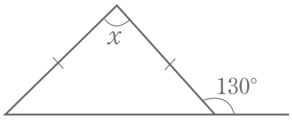
∠x＝ エオ 度

(3)



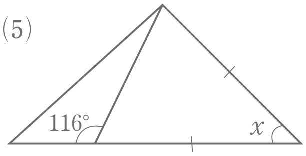
∠x＝ カキ 度

(4)



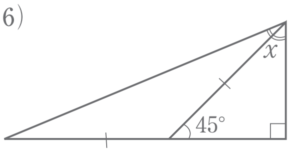
∠x＝ クケ 度

(5)



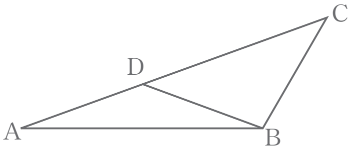
∠x＝ コサ 度

(6)

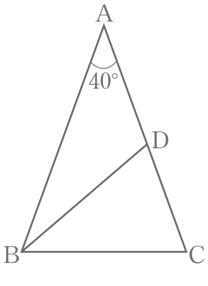


∠x＝ シス . セ 度

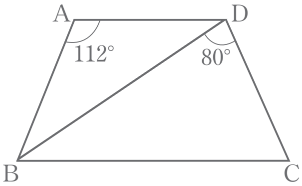
［2］　(1)　右の△ABC において，∠ABC＝120°，AD＝DB＝BC のとき，∠CAB＝ ソタ 度である。



(2)　右の△ABC は，∠A＝40°，AB＝AC の二等辺三角形である。いま，辺 AC 上に BC＝BD となる点 D をとる。このとき，∠ABD＝ チツ 度である。



(3)　右の図で，四角形 ABCD は AD//BC の台形で，AB＝AD である。∠DAB＝112°，∠BDC＝80° のとき，∠DCB＝ テト 度である。



解答

[1]　ア　1　　イ　1　　ウ　0　　エ　7　　オ　2　　カ　6　　キ　8　　ク　8

　　ケ　0　　コ　5　　サ　2　　シ　6　　ス　7　　セ　5

[2]　ソ　2　　タ　0　　チ　3　　ツ　0　　テ　6　　ト　6

解説

[1]

(1)　$\angle x = 180^\circ - 35^\circ \times 2 = 110^\circ$

(2)　$\angle x = (180^\circ - 36^\circ) \div 2 = 72^\circ$

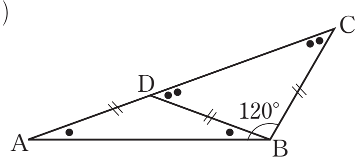
(3)　$\angle x = (180^\circ - 44^\circ) \div 2 = 68^\circ$

(4)　$\angle x = 180^\circ - (180^\circ - 130^\circ) \times 2 = 80^\circ$

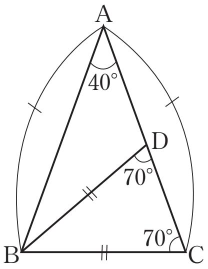
(5)　$\angle x = 180^\circ - (180^\circ - 116^\circ) \times 2 = 52^\circ$

(6)　$\angle x = 45^\circ + 45^\circ \div 2 = 67.5^\circ$

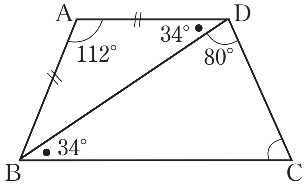
[2]　(1)



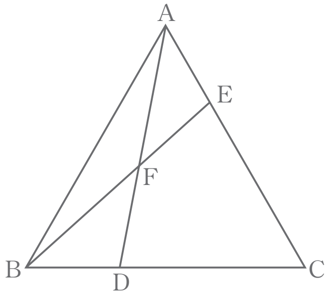
(2)



(3)



第19講 • 確認テスト



[1]　右の図のように，正三角形 ABC の辺 BC，CA 上に，AE＝BD となるような点 D，E をとり，AD と BE の交点を F とするとき，△ABFが二等辺三角形であることを下のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切なものを選び，その番号を答えなさい。

（証明）△ABE と△BAD において

共通な辺より　[ア]＝[イ]

正三角形 ABC の角より　[ウ]＝[エ]＝[オ]°

仮定より　AE＝BD

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△ABE≡△BAD

よって，∠ABE＝∠BAD

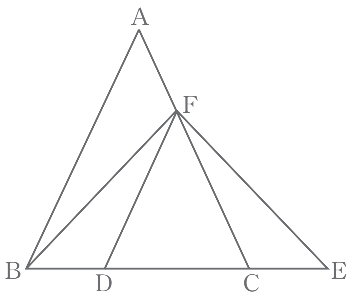
2 つの角が等しいので，△ABFは二等辺三角形である。

（選択肢）

①　45　②　60　③　90　④　AB　⑤　BC　⑥　BA　⑦　AC

⑧　∠ABD　⑨　∠ACD　⑩　∠BAE　⑪　∠ADB　⑫　∠BEA

[2] 右の図のように，AB＝ACの△ABCの辺BC上に点Dをとり，辺BCの延長上に，CE＝BDとなる点Eをとる。Dを通りABに平行な直線とACの交点をFとするとき，△FBEは二等辺三角形である。このことを，下のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切なものを選び，その番号を答えなさい。



（証明）△FBDと△FECにおいて

仮定より BD＝EC …①

平行線の［カ］は等しいから ∠FDC＝∠ABC

AB＝ACより二等辺三角形の［キ］は等しいから ∠ABC＝∠FCD

よって，［ク］＝［ケ］

2つの角が等しいので，△FDCは二等辺三角形である。

したがって，FD＝FC …②

また，∠FDB＝180°－［ク］

∠FCE＝180°－［ケ］

よって，∠FDB＝∠FCE …③

①，②，③より，2辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△FBD≡△FEC

よって，FB＝FE

したがって，△FBEは二等辺三角形である。

（選択肢）

① 錯角 ② 同位角 ③ 2角 ④ 底角 ⑤ ∠FBD ⑥ ∠FCE
⑦ ∠FDC ⑧ ∠FCD ⑨ ∠ABC

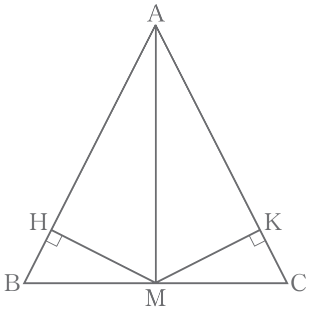
解答

[1] ア ④ イ ⑥ ウ ⑩ エ ⑧ オ ②

[2] カ ② キ ④ ク ⑦ ケ ⑧

第20講・確認テスト

［1］　右の図のように，△ABC の辺 BC の中点 M から辺 AB, AC に下ろした垂線を MH，MK とする。MH＝MK ならば，AB＝AC であることを次のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切な選択肢を選び，その番号を答えなさい。



（証明）△MBH と△MCK において

仮定より　MB＝MC，MH＝MK，

[ア]＝[イ]＝[ウ]

直角三角形の [エ] がそれぞれ等しいので，

△MBH≡△MCK　　よって，[オ]＝[カ]

[キ] が等しいので，△ABC は二等辺三角形である。

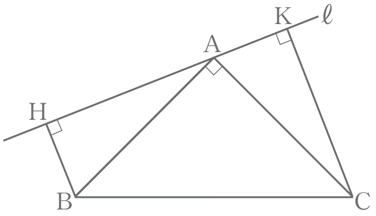
すなわち，AB＝AC

（選択肢）

①　60°　　②　90°　　③　∠MHB　　④　∠MBH　　⑤　∠MKC

⑥　∠MCK　　⑦　斜辺と１つの鋭角　　⑧　斜辺と他の１辺　　⑨　２角

［2］　AB＝AC の直角二等辺三角形 ABC の頂点 A を通る直線を ℓ とし，頂点 B，C から直線 ℓ に下ろした垂線を BH，CK とする。右の図のように，ℓ が△ABC の辺と交わらないとき，HK＝BH＋CK となる。このことを次のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切な選択肢を選び，その番号を答えなさい。



（証明）△ABH と△CAK において

仮定より　AB＝CA　…①，∠AHB＝∠CKA＝90°　…②

[ク]＝90°－[ケ]，[コ]＝90°－[ケ]

よって，[ク]＝[コ]…③

①，②，③より，直角三角形の [サ] がそれぞれ等しいので，

△ABH≡△CAK

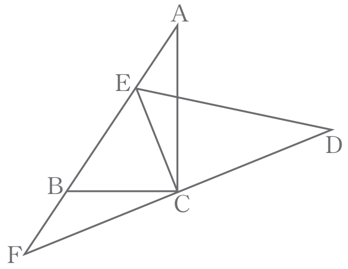
よって，BH＝[シ]，[ス]＝CK

すなわち，HK＝[シ]＋[ス]＝BH＋CK

（選択肢）

① AH　② AK　③ ∠ABH　④ ∠BAH　⑤ ∠CAK
⑥ ∠CKA　⑦ ∠BHA　⑧ 斜辺と他の１辺　⑨ 斜辺と１つの鋭角

［3］　右の図で，△ABC は∠ACB＝90°の直角三角形である。点 D は線分 AC の右側にあり，△ABC≡△DEC である。線分 AB と DC をそれぞれ延長した直線の交点を F とする。このとき，△ECF≡△ECD となることを次のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切な選択肢を選び，その番号を答えなさい。



（証明）△ECF と△ECD において

共通な辺より　EC＝EC　…①

仮定より　[セ]＝[ソ]＝90°　…②

[タ]≡[チ]より BC＝EC で，二等辺三角形の底角は等しいから

∠CBE＝[ツ]

また，対応する角は等しいから

∠CBE＝[テ]

よって，[ツ]＝[テ]…③

①，②，③より，１辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△ECF≡△ECD

（選択肢）

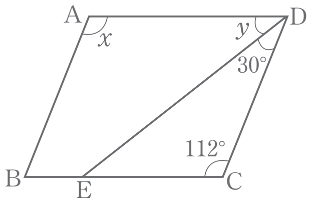
① ∠CED　② ∠CEF　③ ∠ECD　④ ∠ECF　⑤ △ABC
⑥ △DEC　⑦ △BCE　⑧ △BCF　⑨ △ECA

解答

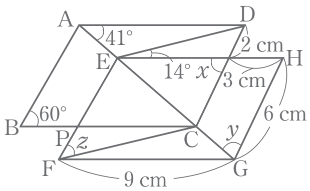
［1］ ア ③　イ ⑤　ウ ②　エ ⑧　オ ④　カ ⑥　キ ⑨
［2］ ク ③　ケ ④　コ ⑤　サ ⑨　シ ②　ス ①
［3］ セ ④　ソ ③　タ ⑤　チ ⑥　ツ ②　テ ①

第21講・確認テスト

［1］　右の図の四角形 ABCD が平行四辺形であるとき，
$\angle x=$ アイウ 度，$\angle y=$ エオ 度である。



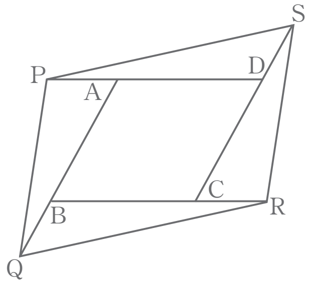
［2］　右の図の平行四辺形 EFGH は，平行四辺形 ABCD を対角線にそって平行移動したものである。次の問いに答えなさい。



⑴　$\angle x=$ カキ 度，$\angle y=$ クケ 度，$\angle z=$ コサ 度である。

⑵　線分 EP＝ シ cm, 線分 CP＝ ス cm である。

［3］　右の図のように，平行四辺形 ABCD の各辺の延長上に AP＝BQ＝CR＝DS となる点 P，Q，R，S をとる。このとき四角形 PQRS は平行四辺形であることを次のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切な選択肢を選び，その番号を答えなさい。



（証明）△PSD と△RQB において，

仮定より　DS＝BQ　…①

平行四辺形の向かい合う辺は等しいから　AD＝CB

仮定より　PA＝RC

セ ＝PA＋AD，ソ ＝RC＋CB

よって，セ ＝ ソ　…②

平行四辺形の向かい合う角は等しいから　∠ADC＝∠ABC

タ ＝180°－∠ADC，チ ＝180°－∠ABC

ゆえに，タ ＝ チ　…③

①，②，③より ツ がそれぞれ等しいので　△PSD≡△RQB

したがって，PS＝RQ

同様にして，テ ≡ ト より　PQ＝RS

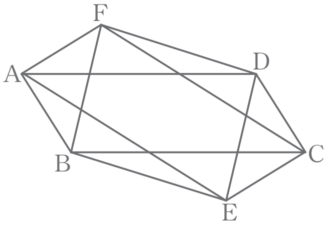
ナ がそれぞれ等しいので，四角形 PQRS は平行四辺形である。

（選択肢）

① 2辺とその間の角　② 2組の向かい合う辺　③ ∠PDS　④ ∠RBQ

⑤ △PQA　⑥ △RSD　⑦ △RSC　⑧ PD　⑨ RB

［4］　右の図で，四角形 ABCD，四角形 AECF は，頂点 A，C を共有する平行四辺形である。このとき，四角形 BEDF が平行四辺形であることを，次のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切なものを選択肢から選び，その番号を答えなさい。ただし，**ネ**<**ノ**，**ハ**<**ヒ**とします。



（証明）［ニ］の中点を O とする。

平行四辺形 ABCD で，［ヌ］ので，［ネ］＝［ノ］

平行四辺形 AECF で同様に，［ハ］＝［ヒ］

四角形 BEDF で，［フ］ので，四角形 BEDF は平行四辺形である。

（選択肢）

① AB　② AE　③ AC　④ OB　⑤ OD　⑥ OE　⑦ OF

⑧ 対角線はそれぞれの中点で交わる　⑨ 対角線がそれぞれの中点で交わる

解答

［1］ ア 1　イ 1　ウ 2　エ 3　オ 8

［2］ カ 6　キ 0　ク 7　ケ 9　コ 4　サ 6
　シ 4　ス 6

［3］ セ ⑧　ソ ⑨　タ ③　チ ④　ツ ①　テ ⑤　ト ⑦
　ナ ②

［4］ ニ ③　ヌ ⑧　ネ ④　ノ ⑤　ハ ⑥　ヒ ⑦　フ ⑨

第22講・確認テスト

[1]　平行四辺形 ABCD において，対角線の交点を O とする。次のとき，平行四辺形はどんな四角形になるか。最も適切なものを選択肢から選び，その番号を答えなさい。

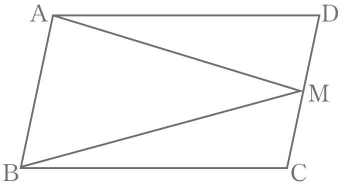
(1)　∠AOD＝90° のとき [ア]　　(2)　OA＝OBのとき [イ]

(3)　∠OAB＝∠OBA＝45° のとき [ウ]　　(4)　∠BAC＋∠ACB＝90° のとき [エ]

（選択肢）

①　長方形　　②　正方形　　③　台形　　④　ひし形　　⑤　平行四辺形

[2]　右の図の平行四辺形 ABCD において，辺 DC の中点を M とする。AM＝BM のとき，平行四辺形が長方形になることを次のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切な選択肢を選び，その番号を答えなさい。



（証明）△AMD と△BMC において

仮定より　DM＝[オ]

[カ]＝[キ]

平行四辺形 ABCD の向かい合う辺は等しいから　AD＝BC

3 辺がそれぞれ等しいので　△AMD≡△BMC

よって，∠ADM＝[ク]

また，AD//BC より　∠ADM＋[ク]＝180°

よって，2∠ADM＝[ケ]

∠ADM＝[コ]

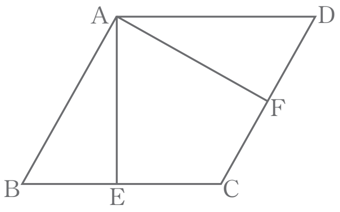
平行四辺形で，[サ]なので，平行四辺形 ABCD は長方形である。

（選択肢）

①　AM　　②　BM　　③　CM　　④　90°　　⑤　180°

⑥　∠BCM　　⑦　∠BMC　　⑧　1 つの角が直角　　⑨　4 つの角が直角

［3］　右の図の平行四辺形 ABCD において，点 A から辺 BC，DC に垂線を下ろし，そのときの交点をそれぞれ E，F とする。AE＝AF のとき，平行四辺形 ABCD がひし形であることを次のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切なものを選択肢から選び，その番号を答えなさい。



（証明）△ABE と△ADF において

仮定より　AE＝［シ］…①

［ス］＝［セ］＝90°　…②

平行四辺形 ABCD の向かい合う角は等しいから　［ソ］＝［タ］…③

②，③より，［チ］＝［ツ］…④

①，②，④より，１辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△ABE≡△ADF

よって，AB＝［テ］

平行四辺形で，となり合う辺が等しいので，平行四辺形 ABCD はひし形である。

（選択肢）

①　AD　②　AF　③　∠ABE　④　∠BAE　⑤　∠ADF

⑥　∠DAF　⑦　∠AEB　⑧　∠AFD　⑨　∠AEC

解答

［1］　ア　④　イ　①　ウ　②　エ　①

［2］　オ　③　カ　①　キ　②　ク　⑥　ケ　⑤　コ　④　サ　⑧

［3］　シ　②　ス　⑦　セ　⑧　ソ　③　タ　⑤　チ　④　ツ　⑥

テ　①

解説

［1］　(1)　対角線が垂直に交わるので，ひし形になる。

(2)　OA＝OB より，AC＝BD　対角線が等しいので，長方形になる。

(3)　△OAB は直角二等辺三角形である。

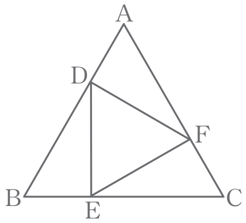
OA＝OB より，AC＝BD　∠AOB＝90° より，AC⊥BD

対角線が等しく，垂直に交わるので，正方形になる。

(4)　∠ABC＝90°　１つの角が直角なので，長方形になる。

第23講 • 確認テスト

[1]　右の図の△ABC で，AD：DB＝BE：EC＝CF：FA＝1：3 である。このとき，次の問いに答えなさい。

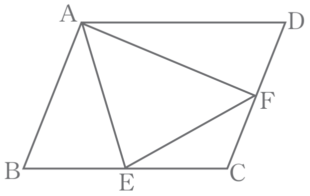


(1)　△DBE の面積は，△ABC の面積の $\frac{ア}{イウ}$ 倍である。

(2)　△DEF と△ABC の面積の比は，エ：オカ である。

(3)　△DEF と△ADF の面積の比は，キ：ク である。

[2]　右の図の平行四辺形 ABCD で，E，F はそれぞれ辺 BC，DC の中点である。このとき，次の問いに答えなさい。

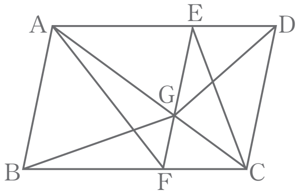


(1)　△ABE の面積は，平行四辺形 ABCD の面積の $\frac{ケ}{コ}$ 倍である。

(2)　△ECF の面積は，平行四辺形 ABCD の面積の $\frac{サ}{シ}$ 倍である。

(3)　△AEF と平行四辺形 ABCD の面積の比は，ス：セ である。

[3]　右の図の平行四辺形 ABCD において，EF//AB であり，対角線 AC と線分 EF との交点を G とする。A～G のうちの 3 つを頂点とする三角形について，次の問いの空欄にあてはまるものを，下の選択肢から選び，その番号を答えなさい。ただし，これ以上の線はかき加えないものとする。



(1)　△BFG と面積が等しい三角形は，番号の小さい順に ソ，タ，チ である。

(2)　△ABF と面積が等しい三角形は，番号の小さい順に ツ，テ，ト，ナ である。

（選択肢）

①　△AFG　②　△AGD　③　△ACE　④　△CEG　⑤　△DEG
⑥　△AFE　⑦　△ABG　⑧　△CDG

解答

[1] ア 3 イ 1 ウ 6 エ 7 オ 1 カ 6 キ 7 ク 3

[2] ケ 1 コ 4 サ 1 シ 8 ス 3 セ 8

[3] ソ ① タ ④ チ ⑤ ツ ② テ ③ ト ⑥ ナ ⑦

解説

[1] (1) $\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{16}$ (倍) (2) $1-\frac{3}{16}\times 3=\frac{7}{16}$ (倍) (3) $\frac{7}{16}:\frac{3}{16}=7:3$

[2] (1) $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ (倍) (2) $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$ (倍)

(3) △AFD は，平行四辺形 ABCD の面積の $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ (倍)

△AEF は，平行四辺形 ABCD の面積の $1-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right)=\frac{3}{8}$ (倍)

よって，△AEF：平行四辺形 ABCD $=\frac{3}{8}:1=3:8$

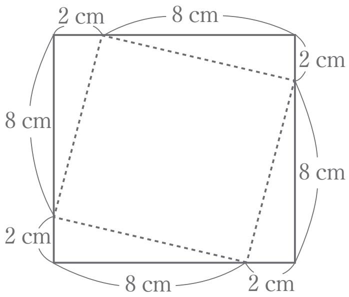
[3] (1) AB//GF より △BFG＝△AFG， AE//FC より △AFG＝△CEG
DC//EG より △ECG＝△DEG

(2) GF//AB より △ABF＝△ABG， 平行四辺形 ABFE より △ABF＝△AFE
FC//AE より △AFE＝△ACE， DC//EG より △ACE＝△AGD

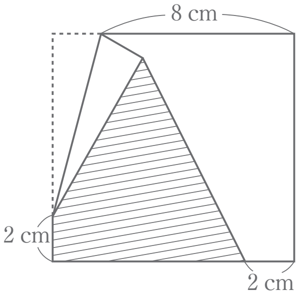
第24講・確認テスト

［1］　1辺10 cmの正方形の紙がある。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　右の図のように，点線を折り目とするような合同な三角形をつくり，４すみを折りたたんだとき，紙が重なっていない部分の面積は **アイ** cm^2 である。



(2)　この正方形の１つのすみを，右の図のように内側に折りたたんだとき，斜線部分の面積は **ウエ** cm^2 である。



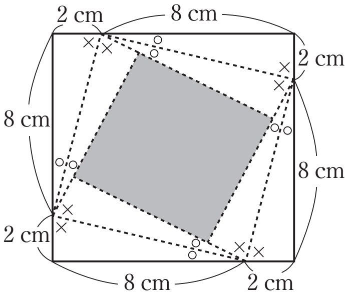
解答

［1］　ア　3　　イ　6　　ウ　4　　エ　0

解説

［1］（1）４すみの直角三角形を折りたたむと，右図のようになり，全体から面積が $8\,cm^2$ の直角三角形を８つひけばよい。

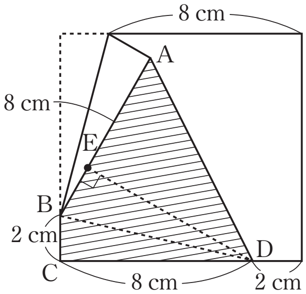
$$10\times10-\frac{1}{2}\times2\times8\times8=36(cm^2)$$



（2）(1)と同様に，右の図の△BCD を折りたたむと，△BED と重なる。

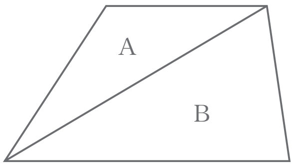
AB＝ED＝8 cm となるので，斜線部分の面積は，

$$\triangle BCD+\triangle ABD=\frac{1}{2}\times2\times8+\frac{1}{2}\times8\times8$$
$$=8+32$$
$$=40(cm^2)$$

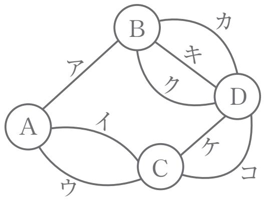


第25講・確認テスト

［1］　右の図で，A，B の部分を赤，青，黄の 3 色のうち 2 色を使って塗り分けたい。塗り分け方は全部で [ア] 通りである。



［2］　右の図で, A 地点から B 地点または C 地点を経由して, D 地点まで進む道のりは全部で [イ] 通りである。



［3］　A，B，C，D の 4 人から次のように 3 人選ぶ。次の(1)，(2)のとき，選び方は全部で何通りあるか答えなさい。

(1)　班長，副班長，書記の 3 人の選び方は [ウエ] 通りである。

(2)　掃除当番 3 人の選び方は [オ] 通りである。

［4］男子 3 人，女子 2 人を次のように一列に並べる。次の(1)，(2)のとき，並べ方は全部で何通りあるか答えなさい。

(1)　男女交互に並べる方法は [カキ] 通りである。

(2)　女子 2 人がとなり合うように並べる方法は [クケ] 通りである。

解答

［1］　ア　6

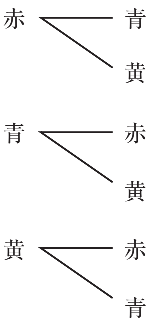
［2］　イ　7

［3］　ウ　2　　エ　4　　オ　4

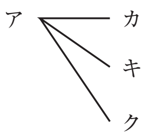
［4］　カ　1　　キ　2　　ク　4　　ケ　8

解説

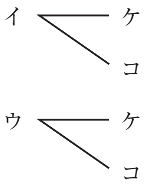
[1]



[2]　(i)　A→B→D　のとき



(ii)　A→C→D　のとき



[3]　(2)　4 人の中から 3 人を選ぶ。
※選ばれない 1 人の選び方と考えてもよい。

[4]　(1)　男→女→男→女→男の順に，$3\times2\times2\times1\times1=12$（通り）
(2)　男子を A，B，C，女子を D，E として，女子を (DE) の 1 人として考える。
4 人を並べる場合の数になるから，
A，B，C と (DE) の 4 人→ $4\times3\times2\times1=24$（通り）
A，B，C と (ED) の 4 人→ 同様に 24 通り
よって，$24\times2=48$（通り）

第26講・確認テスト

［1］　1，2，3，4　の4枚のカードから，まず1枚をひき，その数を十の位，カードを戻してもう一度ひいたカードの数を一の位の数とする。このとき，2けたの数が3の倍数になる確率は $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}$ である。

［2］　1，1，2，2，3，3　の6枚のカードが入っている袋から，カードを1枚ずつ取り出していく。そして，取り出したカードの数字の合計が初めて10以上となったとき作業は終了する。このとき，6枚目で終了する確率は $\frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ である。ただし，取り出したカードはもとに戻さないものとする。

解答

［1］　ア　**5**　　イ　**1**　　ウ　**6**

［2］　エ　**1**　　オ　**3**

解説

［1］　すべての場合の数は，$4\times4=16$(通り)

3の倍数になるのは，（十の位，一の位）の順に，

(1，2)，(2，1)，(2，4)，(3，3)，(4，2) の5通り。よって，$\frac{5}{16}$

［2］　6枚のカードの和が12になるので，6枚目で終了するのは，6枚目に3のカードを取り出す場合である。

よって，6枚目に2枚の3のカードのどちらかが取り出されるのは，

$5\times4\times3\times2\times1\times2=240$(通り)で，6枚のカードの取り出し方は，

$6\times5\times4\times3\times2\times1=720$(通り)になるので，確率は $\frac{240}{720}=\frac{1}{3}$

第27講・確認テスト

[1]　10円玉，５円玉，１円玉が１枚ずつある。これを同時に投げるとき，次の問いに答えなさい。

(1)　表と裏の出方は全部で［ア］通りである。

(2)　表が２枚で裏が１枚となる確率は$\frac{\text{イ}}{\text{ウ}}$である。

(3)　表が少なくとも１枚は出る確率は$\frac{\text{エ}}{\text{オ}}$である。

[2]　10円玉が２枚，50円玉が１枚，100円玉が１枚ある。これらの硬貨を同時に投げたとき，表が出た硬貨の金額の和が，100円未満である確率は$\frac{\text{カ}}{\text{キ}}$である。

解答

[1]　ア　8　　イ　3　　ウ　8　　エ　7　　オ　8

[2]　カ　1　　キ　2

解説

[1]　(1)　表と裏の出方は，$2\times2\times2=8$(通り)

(2)　裏の１枚の出方は10円玉か５円玉か１円玉の３通り。よって，$\frac{3}{8}$

(3)　1−(すべて裏)と考える。$1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

［2］ 2枚の10円玉を，それぞれ10円玉A，10円玉Bとする。表を○，裏を×で表すことにし，100円玉，50円玉，10円玉A，10円玉Bの順で，硬貨の表裏の出方を表すと

○○○○，○○○×，○○×○，○×○○，
○○××，○×○×，○××○，○×××，
×○○○，×○○×，×○×○，××○○，
×○××，××○×，×××○，××××

の16通りがある。このうち，金額の和が100円未満であるのは，100円玉で裏が出た8通りだから

$$\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$$

第28講・確認テスト

[1]　袋の中に，赤玉２個，白玉２個，青玉１個が入っている。この袋の中から１個ずつ順に２個取り出すとき，次の問いに答えなさい。

(1)　赤玉が２個になる確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}$ である。

(2)　青玉がふくまれる確率は $\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ である。

[2]　袋の中に，赤玉が２個，白玉が４個が入っている。これらをよくかき混ぜて同時に２個取り出すとき，次の問いに答えなさい。

(1)　赤玉が２個出る確率は $\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キク}}$ である。

(2)　白玉が２個出る確率は $\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$ である。

(3)　赤玉が１個，白玉が１個である確率は $\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シス}}$ である。

[3]　袋の中に10個の玉が入っていて，そのうち赤玉は５個，白玉は４個，青玉は１個である。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　この袋から玉を１個取り出すとき，白玉である確率は $\dfrac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}$ である。

(2)　１個ずつ続けて２個の玉を取り出すとき，少なくとも１個が赤玉である確率は $\dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}$ である。

解答

[1]　ア　1　　イ　1　　ウ　0　　エ　2　　オ　5

[2]　カ　1　　キ　1　　ク　5　　ケ　2　　コ　5　　サ　8　　シ　1　　ス　5

[3]　セ　2　　ソ　5　　タ　7　　チ　9

解説

［1］　2個の取り出し方は全部で，$5\times4=20$(通り)

(1)　赤2個の取り出し方は2通り。よって $\frac{1}{10}$

(2)　青をふくむ取り出し方は8通り。よって $\frac{2}{5}$

［2］　選び方（組み合わせ）で考えると，全部で $5+4+3+2+1=15$(通り)

(1)　赤2個の選び方は1通り。よって $\frac{1}{15}$

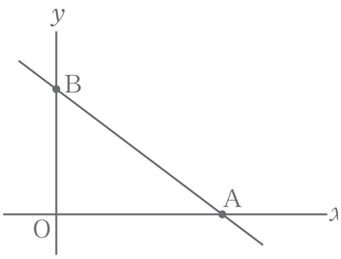
(2)　白2個の選び方は $3+2+1=6$(通り)。よって，$\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$

(3)　$1-\frac{1}{15}-\frac{2}{5}=\frac{8}{15}$

［3］　(2)　1－(2個とも赤玉以外）と考える。よって，$1-\frac{5}{10}\times\frac{4}{9}=\frac{7}{9}$

第29講・確認テスト

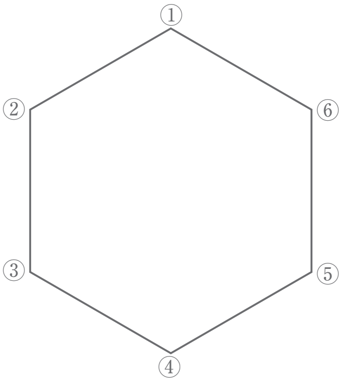
［1］　A，B2 つのさいころを同時に投げて，出た目の数をそれぞれ a，b として，2 点 A(a，0)，B(0，b) をとる。また，点 O(0，0) として，次の問いに答えなさい。



⑴　点 A，B を通る直線の傾きが－1 となる確率は $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

⑵　△OAB の面積が 2 となる確率は $\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エオ}}$ である。

［2］　右の図のように，頂点に①～⑥までの番号をつけた正六角形がある。1 個のさいころを続けて 3 回投げ，出た目と同じ番号の頂点を結んで図形をつくる。このとき，次の問いに答えなさい。



⑴　1 点になる確率は $\frac{\boxed{カ}}{\boxed{キク}}$ である。

⑵　正三角形になる確率は $\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コサ}}$ である。

⑶　直角三角形になる確率は $\frac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$ である。

解答

［1］　ア　1　　イ　6　　ウ　1　　エ　1　　オ　2

［2］　カ　1　　キ　3　　ク　6　　ケ　1　　コ　1　　サ　8　　シ　1　　ス　3

解説

［1］　すべての場合の数は 36 通り

(1)　傾きが -1 になるのは，$a=b$ のときなので 6 通り。よって，$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

(2)　△OAB＝2 になるのは，$ab=4$ のときなので，(1，4)，(2，2)，(4，1) の 3 通り。

よって，$\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

［2］　さいころを 3 回投げたときの目の出方は，$6\times6\times6=216$(通り)

(1)　同じ目が 3 回出るのは 6 通り。よって，$\frac{6}{216}=\frac{1}{36}$

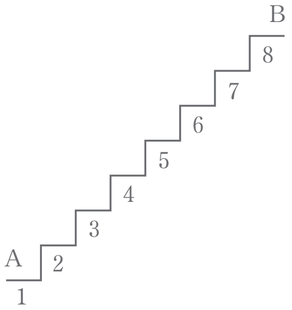
(2)　正三角形ができる目の出方は，(1，3，5) と (2，4，6) の 2 通りあり，目の出る順番がそれぞれ 6 通り。よって，$\frac{2\times6}{216}=\frac{1}{18}$

(3)　直径を斜辺とする直角三角形ができる。①－④を斜辺とする直角三角形が 4 通り，②－⑤と③－⑥を斜辺とする直角三角形も同様に 4 通りずつできるので全部で 12 通り。

目の出る順番を考えると $12\times6=72$(通り) できるから，$\frac{72}{216}=\frac{1}{3}$

第30講・確認テスト

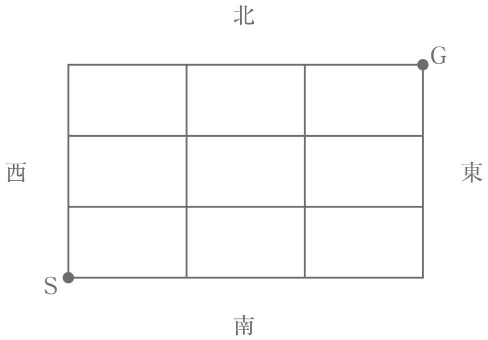
［1］　右の図のように，1〜8までの番号がつけられた階段がある。A君は1段目から自分の投げたさいころの目の数だけ階段を上り，Bさんは8段目から自分の投げたさいころの目の数だけ階段を下りるものとする。2人が同時に1回だけそれぞれさいころを投げるとき，次の問いに答えなさい。



(1)　2人が同じ番号のついた段に立つ確率は $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

(2)　A君の位置がBさんの位置より上になる確率は $\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エオ}}$ である。

［2］　右の図のようなマス目状の道がある。S地点からG地点までを最短距離で進むときの進み方は $\boxed{カキ}$ 通りである。



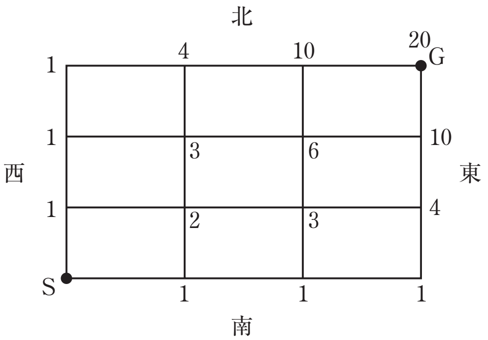
解答

［1］　ア　1　　イ　6　　ウ　5　　エ　1　　オ　2

［2］　カ　2　　キ　0

解説

［1］ (1) 出た目の数の和が７になる場合を考えればよい。

(2) 出た目の数の和が８以上になる場合を考えればよい。

［2］ 右の図のように，図にかきこんで数え上げるとよい。